UNIVERSITAT JAUME•I

MEJORA EDUCATIVA

INVESTIGACIÓN-ACCIÓN: ACTIVIDADES CON MATERIAL MANIPULABLE Y RELATOS EN MATEMÁTICAS EN 3º DE ESO

AUTORA: **ESTER PONS GARCÉS**

TUTOR DEL TFM: **PABLO JUAN VERDOY**

DEPARTAMENTO MATEMÁTICAS- ÁREA DE ESTADÍSTICA

Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

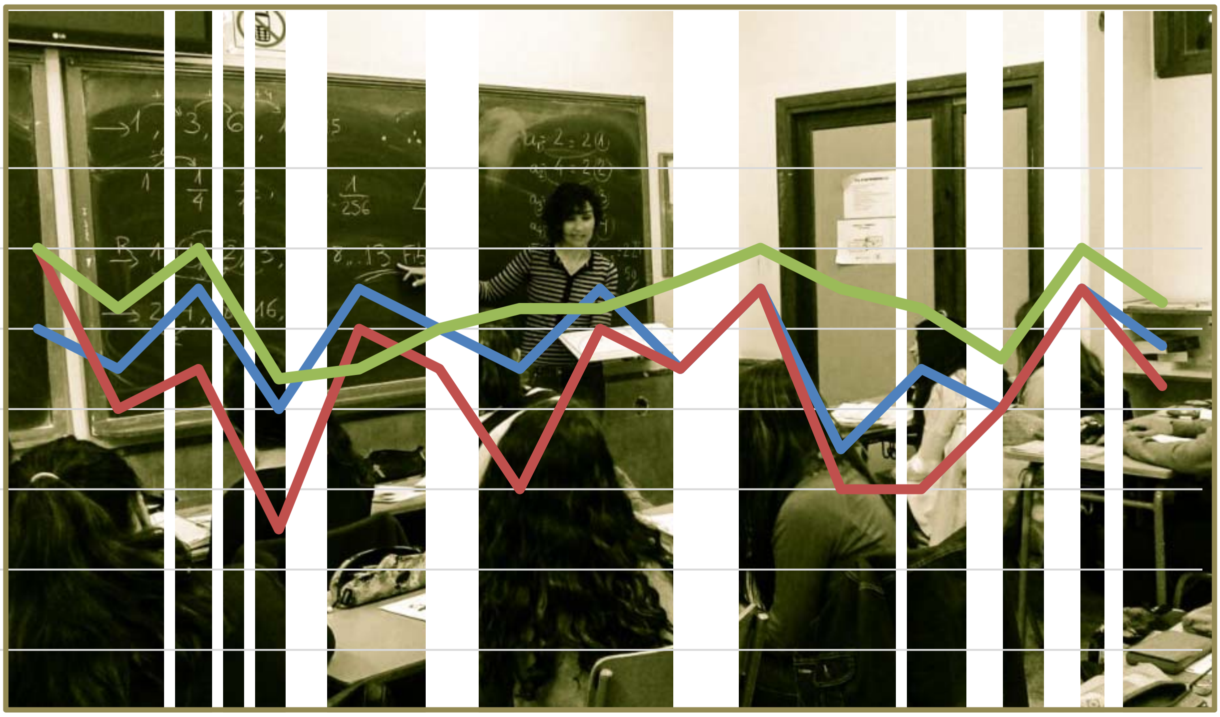
Especialidad: Matemáticas

Curso 2014-2015

ANEXOS

MEJORA EDUCATIVA

INVESTIGACIÓN-ACCIÓN: ACTIVIDADES CON MATERIAL MANIPULABLE Y RELATOS EN MATEMÁTICAS EN 3º DE ESO



AUTORA: **ESTER PONS GARCÉS**

TUTOR DEL TFM: **PABLO JUAN VERDOY**

DEPARTAMENTO MATEMÁTICAS- ÁREA DE ESTADÍSTICA

Máster Universitario en Profesor/a de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.

Especialidad: Matemáticas

Curso 2014-2015

INDICE ANEXOS TFM

1 CUESTIONARIO INICIAL

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:

I	CONTRATO DIDACTICO PROFESOR – ALUMNO		
1	¿Estás dispuesto a participar en las actividades que se propongan en clase activamente?	SI ☐	NO ☐
2	¿Qué piensas que tendrían que hacer los alumnos que no quieran participar en ellas?		

II	CUESTIONARIO INCIAL	Poco/ No 1	2	3	Mucho/Si 4	5
1	Indica la relación de las matemáticas con la realidad	☐	☐	☐	☐	☐
2	Indica la relación de las matemáticas con otras asignaturas del temario	☐	☐	☐	☐	☐
3	Indica la relación de las matemáticas con la creatividad	☐	☐	☐	☐	☐
4	Me gustaría trabajar las matemáticas individualmente	☐	☐	☐	☐	☐
5	Me gustaría trabajar las matemáticas en grupo	☐	☐	☐	☐	☐
6	Me gustaría hacer más actividades participativas	☐	☐	☐	☐	☐
7	El contenido de la asignatura me parece interesante	☐	☐	☐	☐	☐
8	Las horas y el trabajo empleado en estudiar matemáticas se ven correspondidos con las notas	☐	☐	☐	☐	☐
9	¿Estás de acuerdo en que la nota del examen tenga tanto peso en la nota final de la asignatura?	☐	☐	☐	☐	☐
10	Indica en qué grado las clases de matemáticas son divertidas	☐	☐	☐	☐	☐

Cuando estudias matemáticas ¿qué es para ti lo más difícil?

¿Qué actividades te gustan más y te encuentras más cómodo?

Si pudieras, ¿qué cambiarías de las clases de matemáticas?

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO: [illegible]	GRUPO: 3 ESO A	FECHA: 13-04-15

I CONTRATO DIDÁCTICO PROFESOR – ALUMNO

1 ¿Estás dispuesto a participar en las actividades que se propongan en clase activamente? SI ☒ NO ☐

2 ¿Qué piensas que tendrían que hacer los alumnos que no quieran participar en ellas?

Intentar participar

II CUESTIONARIO INCIAL

		1 (Poco/ No)	2	3	4	5 (Mucho/Si)
1	Indica la relación de las matemáticas con la realidad	☐	☒	☐	☐	☐
2	Indica la relación de las matemáticas con otras asignaturas del temario	☐	☐	☒	☐	☐
3	Indica la relación de las matemáticas con la creatividad	☒	☐	☐	☐	☐
4	Me gustaría trabajar las matemáticas individualmente	☐	☐	☒	☐	☐
5	Me gustaría trabajar las matemáticas en grupo	☐	☐	☒	☐	☐
6	Me gustaría hacer más actividades participativas	☐	☐	☐	☒	☐
7	El contenido de la asignatura me parece interesante	☐	☐	☒	☐	☐
8	Las horas y el trabajo empleado en estudiar matemáticas se ven correspondidos con las notas	☐	☐	☐	☒	☐
9	¿Estás de acuerdo en que la nota del examen tenga tanto peso en la nota final de la asignatura?	☒	☐	☐	☐	☐
10	Indica en qué grado las clases de matemáticas son divertidas	☐	☐	☒	☐	☐

Cuando estudias matemáticas ¿qué es para tí lo más difícil?

Los problemas

¿Qué actividades te gustan más y te encuentras más cómodo?

Las equaciones.

Si pudieras, ¿qué cambiarías de las clases de matemáticas?

Haría las clases un poco más lúdico.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO:	GRUPO: 3º A	FECHA: 13-4-15

I CONTRATO DIDÁCTICO PROFESOR – ALUMNO

1	¿Estás dispuesto a participar en las actividades que se propongan en clase activamente?	SI ☒	NO ☐
2	¿Qué piensas que tendrían que hacer los alumnos que no quieran participar en ellas?		

No molestar en classe o intentar participar.

II CUESTIONARIO INCIAL

		Poco/ No 1	2	3	4	Mucho/Si 5
1	Indica la relación de las matemáticas con la realidad	☐	☐	☒	☐	☐
2	Indica la relación de las matemáticas con otras asignaturas del temario	☐	☐	☒	☐	☐
3	Indica la relación de las matemáticas con la creatividad	☐	☐	☒	☐	☐
4	Me gustaría trabajar las matemáticas individualmente	☐	☐	☒	☐	☐
5	Me gustaría trabajar las matemáticas en grupo	☐	☐	☐	☒	☐
6	Me gustaría hacer más actividades participativas	☐	☐	☒	☒	☐
7	El contenido de la asignatura me parece interesante	☐	☒	☐	☐	☐
8	Las horas y el trabajo empleado en estudiar matemáticas se ven correspondidos con las notas	☐	☐	☐	☐	☒
9	¿Estás de acuerdo en que la nota del examen tenga tanto peso en la nota final de la asignatura?	☐	☐	☐	☒	☐
10	Indica en qué grado las clases de matemáticas son divertidas	☒	☐	☐	☐	☐

Cuando estudias matemáticas ¿qué es para tí lo más difícil?

Entender las cosas nuevas que damos.

¿Qué actividades te gustan más y te encuentras más cómodo?

Actividades de cálculo

Si pudieras, ¿qué cambiarías de las clases de matemáticas?

Que fueran más divertidas y en grupo

DATOS PORCENTUALES DEL CUESTIONARIO INICIAL

I CONTRATO DIDÁCTICO PROFESOR – ALUMNO

1 ¿Estás dispuesto a participar en las actividades que se propongan en clase activamente? SI

2 ¿Qué piensas que tendrían que hacer los alumnos que no quieran participar en ellas?

II	CUESTIONARIO INCIAL	1	2	3	4	5
1	Indica la relación de las matemáticas con la realidad	0%	36%	7%	29%	29%
2	Indica la relación de las matemáticas con otras asignaturas del temario	0%	29%	64%	7%	0%
3	Indica la relación de las matemáticas con la creatividad	43%	29%	14%	0%	7%
4	Me gustaría trabajar las matemáticas individualmente	43%	7%	36%	7%	7%
5	Me gustaría trabajar las matemáticas en grupo	29%	7%	36%	21%	7%
6	Me gustaría hacer más actividades participativas	0%	14%	43%	29%	14%
7	El contenido de la asignatura me parece interesante	7%	36%	43%	0%	14%
8	Las horas y el trabajo empleado en estudiar matemáticas se ven correspondidos con las notas	14%	14%	21%	29%	21%
9	¿Estás de acuerdo en que la nota del examen tenga tanto peso en la nota final de la asignatura?	21%	29%	14%	36%	0%
10	Indica en qué grado las clases de matemáticas son divertidas	50%	14%	29%	7%	0%

2 ENCUESTA VALORACIÓN DEL PROFESORADO DEL IES

Se ha entregado la siguiente encuesta al alumnado para que valore los procesos de modelación por parte del profesorado según un cuestionario de BARRADO, GALLEGO Y VALERO-GARCÍA (2000).

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:

VALORACIÓN DEL PROFESORADO POR PARTE DEL ALUMNO

Puntúa del 1 al 5 siendo 1 poco y 5 mucho

Preguntas sobre la interacción con el grupo	Profesorado (1-5)
• El clima creado en el aula es distendido	
• El profesor sabe cuándo la clase está entendiendo lo que explica y cuando no	
• El profesor fomenta la participación de los alumnos	
• El profesor consigue que los estudiantes participen activamente en sus clases	
• El profesor hace preguntas interesantes y estimulantes en clase	
• El profesor resuelve nuestras dudas con exactitud	
• El profesor procura saber si entendemos lo que explica	
• El profesor dialoga con los estudiantes sobre la marcha de las clases	
• El profesor manifiesta una actitud receptiva y respetuosa en su relación con el alumnado	
• El profesor me proporciona la posibilidad de conocer y comentar la valoración de mis exámenes	
• El profesor me ha motivado a trabajar al máximo	

Preguntas sobre el trato individual	Director/a (1-5)	Tutor/a (1-5)	Profesorado (1-5)
• Se muestra accesible			
• Atiende correctamente las consultas			
• El trato personal que he recibido por parte de él ha sido correcto			
• Trata a los estudiantes de forma afectuosa			
• Tiene un verdadero interés por sus estudiantes			

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:
	3A	23/4/15

VALORACIÓN DEL PROFESORADO POR PARTE DEL ALUMNO

Puntúa del 1 al 5 siendo 1 poco y 5 mucho

Preguntas sobre la interacción con el grupo	Profesorado (1-5)
• El clima creado en el aula es distendido	5
• El profesor sabe cuándo la clase está entendiendo lo que explica y cuando no	4
• El profesor fomenta la participación de los alumnos	4
• El profesor consigue que los estudiantes participen activamente en sus clases	4
• El profesor hace preguntas interesantes y estimulantes en clase	3
• El profesor resuelve nuestras dudas con exactitud	4
• El profesor procura saber si entendemos lo que explica	4
• El profesor dialoga con los estudiantes sobre la marcha de las clases	3
• El profesor manifiesta una actitud receptiva y respetuosa en su relación con el alumnado	4
• El profesor me proporciona la posibilidad de conocer y comentar la valoración de mis exámenes	5
• El profesor me ha motivado a trabajar al máximo	4

Preguntas sobre el trato individual	Director/a (1-5)	Tutor/a (1-5)	Profesorado (1-5)
• Se muestra accesible	4	5	5
• Atiende correctamente las consultas	3	4	4
• El trato personal que he recibido por parte de él ha sido correcto	5	5	5
• Trata a los estudiantes de forma afectuosa	4	5	4
• Tiene un verdadero interés por sus estudiantes	5	5	5

RESULTADOS DE LA ENCUESTA DE VALORACIÓN DEL PROFESORADO

VALORACIÓN DEL PROFESORADO POR PARTE DEL ALUMNO

Puntúa del 1 al 5 siendo 1 poco y 5 mucho

	Preguntas sobre la interacción con el grupo	Profesorado (1-5)
1	• El clima creado en el aula es distendido	3,9
2	• El profesor sabe cuándo la clase está entendiendo lo que explica y cuando no	3,8
3	• El profesor fomenta la participación de los alumnos	3,4
4	• El profesor consigue que los estudiantes participen activamente en sus clases	3,4
5	• El profesor hace preguntas interesantes y estimulantes en clase	3,1
6	• El profesor resuelve nuestras dudas con exactitud	3,9
7	• El profesor procura saber si entendemos lo que explica	4,1
8	• El profesor dialoga con los estudiantes sobre la marcha de las clases	3,6
9	• El profesor manifiesta una actitud receptiva y respetuosa en su relación con el alumnado	4,3
10	• El profesor me proporciona la posibilidad de conocer y comentar la valoración de mis exámenes	4,5
11	• El profesor me ha motivado a trabajar al máximo	3,4

Preguntas sobre el trato individual

		Director/a	Tutor/a	Profesorado
12	• Se muestra accesible	4,0	4,4	4,4
13	• Atiende correctamente las consultas	4,2	4,3	4,1
14	• El trato personal que he recibido por parte de él ha sido correcto	4,5	4,7	4,6
15	• Trata a los estudiantes de forma afectuosa	4,4	4,7	4,3
16	• Tiene un verdadero interés por sus estudiantes	4,6	4,6	4,2

3 DIARIO DE LAS SESIONES Y REFLEXIÓN

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

LUNES 13/04

TEST INICIAL. INTERÉS POR LA MATERIA

INTRODUCCIÓN

Qué es una sucesión.
Empezar con sucesiones que ellos conozcan.
Por ejemplo: en una calle, la numeración de las casas: números pares y números impares.

ACT 1 "ADIVINA, ADIVINANZA…"

Se escriben en la pizarra las siguientes progresiones:

- Números positivos $(1, 2, 3, 4\ldots) \Rightarrow\ a_n = n$
- Números pares $(2, 4, 6, 8\ldots) \Rightarrow\ a_n = 2n$
- Números primos $(2, 3, 5, 7, 11{,}13\ldots)$
- Cuadrados perfectos $(1, 4, 9, 16, 25\ldots) \Rightarrow\ a_n = n^2$
- Cuadrados perfectos-1 $(0, 3, 8, 15, 24\ldots) \Rightarrow\ a_n = n^2 - 1$
- Triángulos $(1, 3, 6, 10, 15, 21, 28\ldots)$
- Áreas $(1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \frac{1}{256}\ldots)$
- Fibonacci $(1, 1, 2, 3, 5, 8{,}13\ldots) \Rightarrow\ a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$
- Geométricas*r $(2, 4, 8, 16, 32\ldots) \Rightarrow\ a_n = 2^n$

Para que ellos deduzcan el término que sigue a continuación.

CONCEPTOS

A partir de la sucesión de números pares: 2, 4, 6, 8, 10… explicar los conceptos siguientes:

ETIQUETA a_n / TÉRMINO GENERAL / REGLA DE FORMACIÓN

RECURRENCIA = FIBONACCI. **ACT. 2 "MAQUETA FIBONACCI"**

Recurrencia: Se recurre a términos que ya tengo.

Explicación de la sucesión de Fibonacci, de la espiral logarítmica y del número áureo mediante la maqueta de dicha sucesión.

Introducción histórica del matemático Fibonacci.

Relación de dicha sucesión con la naturaleza, el arte y el diseño gráfico.

Mostrar las dos espirales de una piña: de 8 y 13 líneas.

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

LUNES 13/04

Han mostrado mucho interés cuando se ha explicado la sucesión de Fibonacci mediante la maqueta y la piña. Material innovador parece que funciona para su motivación.

Al final de la clase, al preguntar si tenían alguna duda sobre lo explicado, una alumna ha comentado que con explicaciones así, es imposible tener dudas.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

MIERCOLES 15/04

ACTIVIDAD 3. "VEO, VEO... ¿QUÉ VES? ...UNA ¡SUCESIÓN!"

Exposición en voz alta de ejemplos de distintas sucesiones en la vida real que hayan encontrado. En gran grupo, se deduce el término que sigue en cada una de las sucesiones propuestas por el propio alumnado.

RECORDATORIO DE LOS CONCEPTOS EXPLICADOS EN LA SESIÓN ANTERIOR.

PROGRESION ARITMÉTICA

DEFINICIÓN

La sucesión $c_1, c_2, c_3, c_4, ..., c_n$, se denomina **progresión aritmética** porque cada miembro se obtiene sumándole al anterior una cantidad fija $\mathbf{d}$ llamada *diferencia.*

A partir del ejemplo: 1, 3, 5, 7…

PROPIEDADES

3 – 1 = 2
5 – 3 = 2
7 – 5 = 2

TÉRMINO GENERAL

El alquiler de una bicicleta cuesta 3 € la 1ª hora, y 2 € más cada nueva hora. ¿Cuál será el precio total del alquiler de 2, 3, 4, …, n horas?

1ª hora $\rightarrow$ $c_1 = 3$
2ª hora $\rightarrow$ $c_2 = 3 + 2$
3ª hora $\rightarrow$ $c_3 = 3 + 2 + 2 \rightarrow 3 + (2 \cdot 2)$
4ª hora $\rightarrow$ $c_4 = 3 + 2 + 2 + 2 \rightarrow 3 + (2 \cdot 3) \Rightarrow \quad d = 2$
…
10ª hora$\rightarrow$ $c_{10} = 3 + (2 \cdot 9)$

El alquiler de la enésima hora será:
nª hora $\rightarrow$ $c_n = 3 + 2\,(n - 1)$

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + d(n - 1)}$$

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

MIERCOLES 15/04

Al iniciar la clase mediante la puesta en común de los ejemplos de sucesiones en la vida real, me ha sorprendido la cantidad de ejemplos y el énfasis en que contaban su ejemplo. Dependiendo de los intereses de cada alumno, los ejemplos estaban relacionados con la música, con el deporte, con la competición…
Creo que el alumno está encontrando motivación en el tema al sentirse protagonista al exponer los ejemplos reales relacionados con sus inquietudes.
Con esta actividad pienso que la pretensión inicial de que relacionaran las matemáticas con la realidad se está cumpliendo. Al exponer el ejemplo en voz alta y hacer que el resto del alumnado buscara el término siguiente, he ido preguntando distendidamente a los alumnos, haciendo que participaran los menos habituados a ello.

El hecho de haber realizado esta actividad al inicio de la sesión me ha permitido que mostraran mayor interés frente a la explicación de progresiones aritméticas.

Explicar las progresiones a partir de un ejemplo de la vida real y, a partir de él deducir la fórmula genérica, ha supuesto una aproximación más clara y evidente a la frialdad de las fórmulas.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

LUNES 20/04

RELACION ENTRE TÉRMINOS

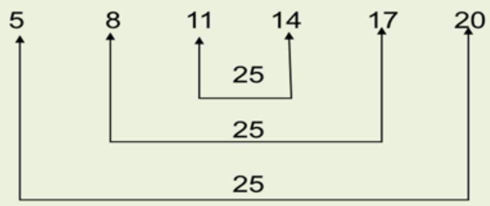
Dos términos de una progresión aritmética a_p i a_q siempre están relacionados de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{a_q = a_p + (q - p)d}$$

Pag.137 ejercicio 14

SUMA DE TÉRMINOS.

Un nadador en un entrenamiento: 5 largos el primer día, 8 largos el segundo, 11 largos el tercero, 14, 17 y 20.



$$\begin{array}{l} S_6 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 \\ S_6 = a_6 + a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 \\ \hline \end{array}$$

$$2S_6 = (a_1 + a_6) + (a_2 + a_5) + (a_3 + a_4)$$
$$2S_6 = (a_1 + a_6) \cdot 6$$

$$S_6 = (a_1 + a_6) \cdot \frac{6}{2} = 75$$

$$\boldsymbol{S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}}$$

ACT. 4. EXPERIENCIA-RELATO INFANTIL DE GAUSS

Deducción de la fórmula a partir del ejemplo concreto de Gauss, haciendo énfasis en la teatralidad y en la ventaja de seguir ese método.

$$\boldsymbol{S_n = (a_1 + a_n) \cdot \frac{n}{2}}$$

ACT. 5 TRABAJO EN PEQUEÑO GRUPO. “CRUCIGRAMA DE SUCESIONES”

Reubicación del alumnado para trabajar en equipos heterogéneos de 3 personas.
Se reparten los 4 crucigramas de sucesiones aritméticas en los que tendrán que descubrir los términos que faltan y la fórmula del término general, con el fin de practicar los conceptos explicados en esta sesión.
Resolución en la pizarra, saliendo cada vez un equipo.

MANDAR EJERCICIOS

Mandar ejercicios pág. 138: 15, 16, 17

Y pág. 147: 46, 50, 52, **53**

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

LUNES 20/04

Para explicar la relación entre términos de una sucesión he utilizado un ejercicio y he enfatizado la dificultad de que (q-p) son posiciones y no términos. Me he asegurado que entendían las partes de la fórmula mediante preguntas en ejemplos diferentes de sucesiones.
Al explicar la suma de términos de una progresión aritmética mediante el relato de la infancia de Gauss, los alumnos han prestado mucha atención ya que, ayudándome de un poco de teatralidad, he conseguido mucha motivación y con la explicación de la solución han podido ver la eficacia de la fórmula para tareas tan largas y pesadas como podría ser la suma de términos.
Para reforzar el concepto les he repartido una hoja en la que explica quién fue Gauss y la deducción de la fórmula a partir de la experiencia-relato.

Mediante la segunda actividad, Crucigramas aritméticos, se ha realizado la primera actividad en pequeño grupo de esta unidad didáctica. Al mover las mesas para conseguir la nueva estructuración del aula de 3 en 3, el alumnado ya se le veía inquieto por practicar con una actividad innovadora para ellos.
He hecho énfasis en la metodología del trabajo cooperativo, y que me interesaba que todos participaran y llegaran a un consenso en el resultado. Al ser una clase con tan sólo 14 alumnos ha sido fácil controlar esta actividad, cerciorándome de que lo estaban haciéndolo bien y ayudándoles paseando entre los grupos.
He visto al alumnado, en general, muy activo y con un alto índice de participación. Es enriquecedor pensar que están aprendiendo mientras juegan en equipo.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

MIERCOLES 22/04 PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

CORREGIR EJERCICIOS (20 minutos)

Método de corrección de los ejercicios de progresiones aritméticas: proyección de los resultados en la pantalla del aula.

DEFINICIÓN

Una sucesión es una Progresión Geométrica si cada término se obtiene multiplicando el anterior por un número fijo r (razón de la progresión).

PROPIEDADES-COMPROBACIÓN SUCESIÓN GEOMÉTRICA. DEDUCCIÓN TÉRMINO GENERAL.

Para saber si una progresión es geométrica se comprueba el cociente entre dos términos consecutivos.

$$\frac{a_2}{a_1} = r\,\frac{a_3}{a_2} = r\ldots.\frac{a_n}{a_{n-1}} = r \rightarrow \ \boldsymbol{a_n = a_1 \cdot r^{n-1}}$$

EJEMPLO DOBLAR UNA HOJA DE PAPEL 50 VECES

Cojamos una hoja de papel de espesor 0,1mm y la doblaremos 50 veces. ¿Qué espesor tendrá en el último doblez?
Sol. e_{50}= $0{,}1*2^{49}$ = La distancia que hay entre la Tierra y el Sol!!!!
Hacer hincapié en que la progresión geométrica crece exponencialmente.

EJEMPLO AMEBAS

50 amebas, bipartición cada 4 horas. ¿Cuántas habrá en 24 horas?
24 horas / 4 horas = 6 particiones.

$$a_7 = a_1 \cdot r^{n-1} = 50 \cdot 2^6 = 50 \cdot 64$$

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

MIÉRCOLES 22/04

La sesión ha empezado con la corrección de los ejercicios mandados en las dos sesiones anteriores. Antes de su corrección he preguntado quiénes los habían hecho y que dejaran las libretas abiertas para que pudiese tomar nota en mi tabla registro. Una de las alumnas más rezagadas no los ha hecho y le he preguntado el porqué, sin obtener respuesta. Le he recordado que en la actividad de investigación me gustaron mucho los ejemplos de sucesiones reales que buscó y que me gustaría que se esforzara un poco haciendo los ejercicios de la unidad para tener agilidad en el examen. Creo que el hecho de haberme acordado de valorar en voz alta su primera actividad la ha alagado, y creo que para el próximo día hará un esfuerzo.

Ha sido muy fácil y cómodo corregir los ejercicios mediante su proyección en la pantalla del aula. Mediante este método he conseguido ahorrar tiempo que ha sido utilizado para la proyección de un video sobre Progresiones y sucesiones al final de la clase.

Para explicar los conceptos de introducción de Progresiones Geométricas (definición, propiedades y fórmula del término general) me he apoyado en la comparación de las Progresiones Aritméticas y en ejemplos reales, a partir de los cuales, se han deducido las fórmulas.
El ejemplo-experimento de doblar una hoja 50 veces lo hemos podido escenificar con la finalidad de utilizar un material manipulable que ha motivado al alumnado frente a los nuevos conceptos explicados. Se han quedado muy sorprendidos viendo que en el doblez número 10, la hoja tendría un espesor de 5 cms y en el doblez 50, un espesor de igual magnitud a la distancia entre la Tierra y el Sol.
Creo que ha sido un ejemplo muy incentivador, además de darse cuenta del crecimiento exponencial característico de las Progresiones geométricas.
La profesora de matemáticas me ha felicitado, indicándome que he hecho una sesión muy amena, motivadora e interesante.
Para acabar con la sesión y continuar con la estrategia de motivación y didáctica lúdica, les he recordado que en la sesión del día siguiente empezaríamos con un video de Sucesiones.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

JUEVES 23/04 PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

ACT. 6 VIDEO FORUM. PROYECCIÓN DEL VIDEO “PROGRESIONES Y SUCESIONES” de SM.

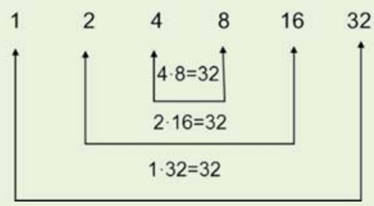
Se proyecta el video de 5 minutos de duración que expone ejemplos claros de la realidad con el tema de Sucesiones. En él, también se escenifica el ejemplo explicado este mismo día sobre el doblado del papel.

PRODUCTO DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

Producto de la progresión geométrica

$$P_n = (a_1 \cdot a_n)^{\frac{n}{2}} \rightarrow P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

A partir de la sucesión



$$P_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{n-1} \cdot a_n$$
$$P_n = a_n \cdot a_{n-1} \cdot \ldots \cdot a_2 \cdot a_1$$

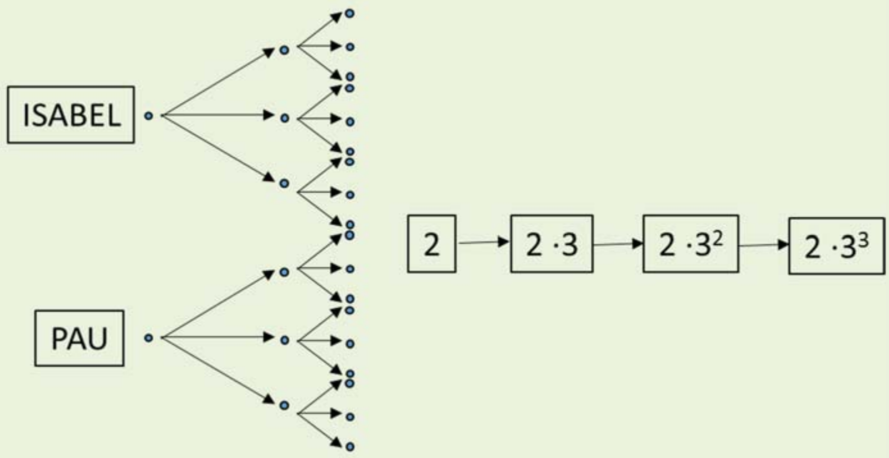
$$P_n^{\,2} = (a_1 \cdot a_n) \cdot \underbrace{(a_2 \cdot a_{n-1})}_{\downarrow\; a_1 \cdot a_n} \cdot \ldots \cdot \underbrace{(a_n \cdot a_1)}_{\downarrow\; a_1 \cdot a_n} \rightarrow \boldsymbol{P_n^{\,2} = (a_1 \cdot a_n)^n}$$

SUMA DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA

EJEMPLO: SECRETO POR WHATSAPP.

A las 9 h. se les cuenta un secreto a Isabel y a Pau. Cada uno de ellos lo cuenta al cabo de 15 minutos a 3 amigos, y estos hacen lo mismo. Al cabo de 5 horas ¿cuánta gente lo sabrá?

$$5 \text{ horas } / \ 4 = 20 \text{ cuartos de hora}$$



El número se obtendrá sumando los 21 términos de esta sucesión.

$$\boldsymbol{S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}} = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

(*) Nota de dificultad: Hay diferencia entre $a_n y S_n$

$$S = \frac{a_{21} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{2 \cdot 3^{20} \cdot 3 - 2)}{3 - 1} = 3^{21} - 1$$

¡Lo cual nos da un resultado de más del doble de personas de la población mundial!

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

JUEVES 23/04

Mediante la primera actividad de esta sesión, la proyección de un video corto sobre aspectos genéricos de Sucesiones, se muestra también el ejemplo del doblez del papel, presentado en la sesión anterior. Pienso que la utilización del video ha servido para que continúen manteniendo la motivación y una visión de la matemática cada vez más lúdica y próxima a la realidad y a la creatividad.

Al realizar la explicación del Producto de las Progresiones geométricas haciendo un paralelismo con la Suma aritmética han podido ver cuán parecidos son ambos procedimientos, aunque ha supuesto una dificultad en su comprensión, lo que me ha llevado a realizar una explicación más interactiva para cerciorarme de su correcta comprensión.

Al plantear la suma de las progresiones geométricas a partir del "Ejercicio del secreto" en que los he hecho participar, puesto que los protagonistas eran ellos mismos, he conseguido una total implicación en el planteamiento en forma de árbol y de las posteriores secuencias de los términos. Finalmente, los alumnos proponían, a modo de solución, cifras elevadas tales como "..todos los alumnos del instituto o todos los habitantes de la provincia de Castellón…". Al calcular el verdadero resultado se han quedado muy sorprendidos, ya que, la solución del problema muestra el crecimiento exponencial de dichas progresiones y, al cabo de 5h, el secreto lo llega a saber más del doble de la población de la Tierra.
Me ha gustado mucho ver cómo se involucran en la construcción de la resolución del ejercicio y la sorpresa del resultado final.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

LUNES 27/04

ACT. 7 EL REY DE SHERAM Y EL INVENTOR DEL AJEDREZ

Reubicación del alumnado para trabajar en equipos heterogéneos de 3 personas.

Se reparten los tableros de ajedrez y las hojas donde se explica la historia del Rey de Sheram y el inventor del ajedrez. En ella hay dos cuestiones a resolver: el planteamiento del ejercicio tradicional (una progresión geométrica) y también se propone la resolución del ejercicio si fuese progresión aritmética para que hagan una comparación de los resultados y extraigan conclusiones.

Se tomará nota en la tabla de registro de la evolución de la actividad.

Saldrán a la pizarra conforme vayan resolviéndolos.

Comentario de la comparativa de los dos resultados, el geométrico y el aritmético, en gran grupo.

SUMA DE TODOS LOS TÉRMINOS DE UNA PROGRESIÓN GEOMÉTRICA $r<1$

EJEMPLO: LLENADO DE UNA BOTELLA DE AGUA
A partir de un dibujo muy grande de una jarra, a la que voy añadiendo (gráficamente y con ayuda de tizas de colores) las cantidades siguientes:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\cdots$$

$$Si\ r<1 \qquad S_\infty\ \ tiende\ a\ 1 \qquad S \rightarrow \frac{a_1}{1-r}$$

Hacer hincapié en que la suma de los infinitos términos "tiende a" y que no es lo mismo que "igual a".

EJEMPLO: SALTO DE LA RANA. Página 150: 102

TABLA RESUMEN DE TODAS LA FÓRMULAS

CORREGIR EJERCICIOS

MANDAR EJERCICIOS
Página 148 ejercicios 68, 69, 70, **71**

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

LUNES 27/04

Comenzar a primera hora de un lunes con la actividad de "El rey Sheram y el inventor del ajedrez" ha supuesto un aliciente y motivación claro para practicar la suma de las progresiones tanto geométricas como aritméticas. Enseguida se han dado cuenta, mediante la colocación de lentejas en cada una de las casillas del ajedrez, del crecimiento exponencial de la progresión geométrica, respecto a la aritmética.
Seguidamente, se ha explicado el último punto teórico de las progresiones, la suma de los infinitos términos en una progresión con razón<1. Esta explicación la he realizado de modo muy gráfico: he dibujado un gran vaso en la pizarra que he ido llenando progresivamente de cantidades con razón la mitad, ayudándome de tizas de colores. Les he propuesto en todo momento la participación, reflexionando en el hecho de que si el vaso rebosaría o no.
Vista la explicación, han sido interesantes los comentarios que han surgido en voz alta, ya que la gran mayoría de los alumnos pensaban que seguro que el agua se saldría del recipiente.
Mediante el ejemplo del salto de la rana, también grafiado a una escala muy grande en la pizarra, se ha conseguido un afianzamiento del nuevo concepto.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

MIÉRCOLES 29/04

ACT.8 TANGRAM GEOMÉTRICO

Ejercicio para realizar de modo individual.
Se muestra la maqueta del tangram geométrico y se realiza una serie de reflexiones en voz alta con participación del gran grupo.
Se les entrega una ficha con el dibujo del tangram con la secuencia de la progresión y se realizan unas preguntas a resolver de modo individual para que relacionen las progresiones con el material manipulable. Mediante las cuestiones practicarán y reflexionarán sobre la suma de los infinitos términos, explicado en la sesión anterior y también la suma de los 4 primeros términos de una progresión geométrica.

CORREGIR EJERCICIOS

Se realiza la corrección de los ejercicios de progresiones aritméticas que quedan por corregir en la pizarra, a partir de alumnos voluntarios.

MANDAR EJERCICIOS

Página 150 ejercicios 99, 101, 105

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

MIÉRCOLES 29/04

La primera parte de la sesión de hoy ha sido interesante porque, mediante el material manipulable, han podido relacionar las progresiones con la geometría y con el concepto de suma de infinitos términos, comprobándolo a partir de una maqueta manipulable.
Las preguntas se han resuelto en voz alta, de modo que se ha producido una construcción de los conceptos de modo conjunto.

En la segunda parte de la clase se han corregido los problemas de progresiones aritméticas que quedaban. Mediante la metodología de corrección de los ejercicios en la pizarra de modo voluntario, se consiguen ver las dificultades que encuentran en pasos determinados. Es un método más lento que el de la proyección de los resultados en la pantalla pero me da más datos acerca de la comprensión significativa de los conceptos. Ha sido interesante y creo que, óptimo, para la detección de las dificultades que encuentra el alumnado y sirve para la realización de un feedback constructivo. A partir de las dudas en algunos ejercicios, se ha reforzado el concepto de la relación de los términos a_q y a_p que, aparentemente, no los tenía muy claros.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

JUEVES 30/04

CORREGIR EJERCICIOS

Se realiza la corrección de ejercicios de progresiones geométricas en la pizarra. Esta vez, saldrán los alumnos que indique la profesora en prácticas con la finalidad de que se expresen en voz alta y expliquen, de modo ordenado, todo el procedimiento seguido.

ACT. 9 JUEGOS INFORMÁTICOS: *MATHIX SUCCESSIONS y THATQUIZ*

Juego interactivo en el ordenador para descubrir el término de las sucesiones con dificultad creciente que se proponen de modo interactivo. Se realizará en gran grupo mediante la ayuda de la proyección del juego en la pantalla de TV del aula.
Se tomará nota de la participación en la tabla de registro del profesor.
Comentar que “Mathix successions” es un software libre y que pueden practicarlo ellos mismos en casa.

ACT. 10 VIDEO–FORUM. PROYECCIÓN “FIBONACCI Y EL NÚMERO ÁUREO”

Se proyecta el video de 6 minutos de duración que muestra la sucesión de Fibonacci y lo relaciona con el número áureo con ejemplos de la realidad. Posteriormente se abre un turno de palabra abierto para comentar distintos aspectos a recalcar.

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

JUEVES 30/04

Esta sesión ha tenido muy bien ritmo y ha sido muy completa. Iniciar la clase con la resolución de ejercicios, dando paso al juego interactivo de sucesiones ha conferido un discurso ameno y he notado que los alumnos han disfrutado en la participación de “Mathix successions”. Se les ha ofrecido el enlace por si quieren seguir jugando en casa.
Acabar con el video de Fibonacci ha ayudado a enlazar toda la temática con la primera sesión, en la que introduje la sucesión recurrente, comentando ejemplos de la realidad. Este video ha aportado un resumen muy interesante para el cierre del tema. Tras el mismo, el alumnado ha comentado que es muy sorprendente la vinculación de dicho número en tantos campos.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

LUNES 04/05

EXÁMEN AUTOEVALUACIÓN

En esta sesión realizarán una propuesta de ejercicio-examen para que se autoevalúen y vayan practicando las dificultades que se encontrarán en el mismo

CUESTIONARIO FINAL

Se reparte el cuestionario final a los alumnos con la finalidad de que evalúen los procedimientos innovadores implementados así como su visión de la matemática con la realidad.

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

LUNES 04/05

A pesar de haber tenido los ejercicios con la solución en el aula virtual, los alumnos me han comentado que no los han mirado a pesar de haber tenido tres días festivos.
Están muy acostumbrados a una metodología de corrección en la pizarra. Mediante esta nueva metodología de corrección, basada en una combinación de ejercicios en pizarra y del uso del aula virtual con el solucionario, creo que se han relajado y no son conscientes del trabajo autónomo que deben realizar para practicar los ejercicios de clase.
A fecha de hoy y, comentando lo que llevan estudiado y practicado sobre la unidad didáctica, me han asegurado que todavía no han estudiado ni corregido los ejercicios que faltaban.
Comentando este aspecto con la profesora de matemáticas, me ha explicado que últimamente están muy despistados debido a los numerosos exámenes de las otras asignaturas y a un intercambio con alumnos alemanes. Les he hecho hincapié en que estudien de modo autónomo y que no se lo dejen para el último día.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

MIÉRCOLES 06/05

Corrección de los últimos ejercicios que queden por corregir y aquellos que los alumnos propongan al no haber entendido algún concepto concreto.

CORREGIR EJERCICIOS Y DUDAS PARA EL EXAMEN

Al haber realizado el ejercicio-examen de autoevaluación el lunes anterior, los alumnos ya han realizado un estudio del tema y, por tanto, les hace tener claras cuáles son los puntos que no acaban de entender. Resolución de dudas y de dificultades más comunes.

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

MIÉRCOLES 06/05

En esta sesión se han mostrado más nerviosos de lo habitual debido a que el examen final de esta unidad didáctica se realizará en la sesión siguiente. La corrección en la pizarra ha servido para que expliquen ellos mismos los ejercicios, con la estrategia que les ha sido más útil. Se observa que los errores más comunes son la confusión entre un término determinado o la obtención de la suma de términos. Se ha explicado con varios ejemplos para atender a esta diversidad del alumnado.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

JUEVES 07/05

EXAMEN SUCESIONES Y PROGRESIONES

Realizan el examen de Sucesiones y Progresiones.

FECHA TOPE DE ENTREGA DE EJERCICIOS AMPLIACION

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

JUEVES 07/05

Han realizado el examen y la mayoría ha entregado los ejercicios para subir la nota final.

DESCRIPCIÓN DE LAS SESIONES Y DESARROLLO

LUNES 11/05

ENTREGA DE NOTAS Y REFLEXIÓN FINAL

Se han entregado los exámenes previo y final para que los revisen. Seguidamente, les he indicado, de modo individual, el desglose de calificaciones que han obtenido tanto en los aspectos de actitud, actividades y examen final.
Ha habido muy pocas preguntas al respecto, supongo que es debido la explicación detallada que les he indicado en los respectivos exámenes.

Período de observación en la unidad de Funciones, explicada por la tutora IES.

EXPERIENCIA Y CONCLUSIONES

LUNES 11/05

Todos los alumnos se han mostrado muy satisfechos con la nota del examen y con las calificaciones finales, producto de su esfuerzo en las actividades y entrega de los ejercicios complementarios.

En la clase de Funciones que se ha desarrollado posteriormente, por la tutora IES, he asistido de nuevo a un periodo de observación, en el que, he participado contando un relato acerca de Descartes y los ejes cartesianos. Tanto a la tutora como a los alumnos les ha resultado muy interesante y un aliciente inicial al tema.

4 FICHA DE EVALUACIÓN CONTINUA

		LUNES 13/04		MIÉR. 15/04	LUNES 20/04		MIÉR. 22/04	JUEVES 23/04		LUNES 27/04	MIÉRCOLES 29/04		JUEVES 30/04		LUNES 04/05	MIÉR. 06/05	RESULTADOS				
GRUPOS ALUMNOS	**ALUMNO**	**ACT 1** Adivina qué número es!	**ACT 2** M. MANIPULABLE Fibonacci	**ACT 3** Investigar sucesiones	**ACT 5** Crucigramas	**ACT 4** RELATO Gauss	REVISION DE LIBRETA	ACTITUD/PIZARRA	**ACT 6** VIDEO FORUM Progresiones	**ACT 7** Ajedrez	ACTITUD/PIZARRA	**ACT 8** Tangram	ACTITUD/PIZARRA	**ACT 9** *Mathix-successions*	EJERCICIO AUTOEVALUACION	ACTITUD/PIZARRA	**ACTITUD 10 %**	**ACTIVIDADES 10 %**	**EXAMEN 80 %**	**EJERC. AMPLIACION EXTRA 0,3**	**NOTA FINAL**
1	**3**	1,00	++	1,00	1,00	++	++	++	++	1,00	++	1,00	++	1,00	0,85	++	1,00	0,98	8,00	0,20	**10,2**
	4	1,00	+	0,50	1,00		++	+	+	1,00	+	1,00	-	1,00	0,50	+	0,50	0,86	5,40	-	**6,8**
	14	1,00	++	1,00	1,00	++	++	++	++	1,00	++	1,00	++	1,00	1,00	++	1,00	1,00	7,60	0,30	**10,0**
2	**10**	1,00	++	1,00	1,00	+	++	++	+	0,50	++	1,00	++	1,00	0,75	+	0,75	0,89	8,00	0,25	**9,9**
	11	1,00	+	0,50	1,00	++	++	+	+	0,50	++	0,50	+	1,00	0,58	+	0,50	0,73	7,60	0,10	**8,9**
	2	1,00	++	1,00	1,00	++	++	++	++	0,50	++	1,00	++	1,00	0,63	++	1,00	0,88	6,40	0,20	**8,5**
3	**6**	1,00	+	1,00	0,50	++	++	++	+	1,00	++	0,50	+	1,00	0,50	++	0,75	0,79	6,20	0,30	**8,0**
	7	1,00	+	1,00	0,50	+	++	+	+	1,00	++	1,00	++	1,00	0,73	++	0,75	0,89	6,80	0,10	**8,5**
	8	1,00	++	1,00	0,50	++	++	++	++	1,00	++	1,00	++	1,00	0,78	++	1,00	0,90	6,40	0,20	**8,5**
4	**5**	1,00	+	1,00	1,00	-	++	++	++	1,00	++	1,00	++	1,00	0,68	++	0,75	0,95	5,20	-	**6,9**
	12	1,00	+	1,00	1,00	++	++	+	++	1,00	++	0,50	+	1,00	0,73	++	0,75	0,89	6,60	0,30	**8,5**
	13	1,00	+	1,00	1,00	+	-	+	+	1,00	-	0,50	++	1,00	0,33	+	0,50	0,83	5,80	0,10	**7,2**
5	**1**	1,00	++	1,00	1,00	++	++	++	++	1,00	++	1,00	++	1,00	1,00	++	1,00	1,00	7,60	0,30	**9,9**
	9	1,00	+	1,00	1,00	+	++	+	++	1,00	++	1,00	+	1,00	0,83	++	0,75	0,98	7,20	0,25	**9,2**

5 RÚBRICA DE LAS ACTIVIDADES

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	EXCELENTE	BIEN	REGULAR	MAL
PARTICIPACIÓN Y ACTITUD	Participa de manera voluntaria y respeta la opinión de los compañeros.	Comenta sus opiniones o repuestas pero no está atento a lo que proponen sus compañeros.	No se muestra activo y no está atento a lo que dicen los compañeros de su grupo.	No participa en la actividad y molesta a sus compañeros.
RESULTADOS	La totalidad de las cuestiones planteadas son correctas y se observa claramente los pasos estratégicos que se han seguido.	Casi todas las cuestiones se han contestado correctamente, escribiendo los pasos.	Hay alguna solución incorrecta aunque se ve el esfuerzo por llegar a una solución posible.	La totalidad de las cuestiones son incorrectas y no han mostrado interés por resolverlas.
PRESENTACIÓN	Los ejercicios se presentan con buena letra, en un documento pulcro, sin faltas de ortografía y haciendo un excelente uso del lenguaje matemático.	Ejercicios de modo limpio aunque con algún tachón. Faltas de ortografía leves y un buen manejo del lenguaje matemático.	No se presenta el trabajo con pulcritud. Hay alguna falta de ortografía y el manejo del lenguaje matemático es pobre.	Los ejercicios tienen muchos borrones, además de numerosas faltas de ortografía. No se tiene buen manejo del lenguaje matemático.

6 ACTIVIDADES

La tabla siguiente muestra la descripción de las diferentes actividades que se han llevado a cabo en el desarrollo del presente proyecto:

SESIÓN	ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
1| 13/04/15	JUEGO DEDUCCIÓN “Adivina qué número sigue…”	Se escribirá en la pizarra una serie de sucesiones y ellos tendrán que deducir el término que sigue en cada una de ellas
1| 13/04/15	MATERIAL DIDÁCTICO Maqueta sucesión Fibonacci y piña con espirales pintadas	La profesora en prácticas llevará una maqueta en la que se observará la sucesión recurrente de Fibonacci y la espiral logarítmica. También se les mostrará una piña con las espirales coloreadas para observar la relación de Fibonacci con la naturaleza.
2| 15/04/15	ACTIVIDAD INVESTIGACIÓN “Veo, veo… ¿qué ves? ¡Una sucesión!”	Se planteará una actividad para realizar en casa, de modo individual. Se trata de que investiguen posibles casos de progresiones y sucesiones en la vida real, con el apoyo de internet, si es necesario. En la siguiente sesión explicarán oralmente los distintos ejemplos que existen y el resto de compañeros tendrán que averiguar el término que sigue.
3| 20/04/15	RELATO. Experiencia infantil de Gauss	Escenificación y explicación de la situación que propone el problema y su solución.
3| 20/04/15	Crucigrama de sucesiones	Trabajo en grupo. Se trata de una prueba rápida de sucesiones numéricas. Han de indicar el número que sigue la sucesión propuesta en cada línea.
5| 23/04/15	VIDEO-FORUM “Progresiones y sucesiones”	Ver el video en clase y, posteriormente, comentar qué les ha parecido.
6| 27/04/15	RELATO Y MATERIAL Historia del Rey y el inventor del ajedrez.	Trabajo en grupo de 3. A partir de un tablero de ajedrez pueden hacer la simulación. Después, resolver la progresión geométrica y la aritmética.
7| 29/04/15	MATERIAL DIDÁCTICO Maqueta Tangram geométrico	Trabajo individual. La profesora en prácticas llevará una maqueta en la que se observarán la sucesión y resolverán preguntas.
10| 04/05/15	JUEGOS INFORMÁTICOS “Mathix Successions” y “Thatquiz”	“Mathix Successions” se puede participar de modo grupal en clase y en casa. Se trata de un juego interactivo en el que el alumnado ha de descubrir cuál es el término que le sigue a una sucesión determinada.
11| 04/05/15	VIDEO-FORUM “Fibonacci y el número de oro”	Ver el video en clase y, posteriormente, comentar qué les ha parecido.
	Recomendación lectura “El diablo de los números”, de Enzens Berger, H.M.	

6.1 Actividad 1: "Adivina qué número sigue…"

Descripción

En la primera sesión de la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones se realizará un juego en gran grupo que consistirá en adivinar qué términos siguen en las sucesiones escritas en la pizarra.

Objetivos de la actividad

- Motivar al alumno a partir del juego ante una unidad didáctica desconocida.
- Aprender Progresiones y sucesiones de un modo deductivo.
- Formular y expresar argumentos de manera convincente y adecuada.
- Mejorar el discurso oral.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Introducción al concepto de sucesión. Etiqueta a_n , término general y regla de formación.
- Procedimentales: Valoración del juego deductivo como instrumento para motivar al alumno frente a esta nueva unidad didáctica.
- Actitudinales: Interacción y respeto en el turno de palabra.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad se intentará que asimilen la idea general de las sucesiones y sus reglas de formación.
- Aprender a aprender. Se parte de una actividad deductiva para que se inicien en esta unidad didáctica, desconocida para ellos, y que ellos mismos sean los que construyan el propio conocimiento.
- Autonomía e iniciativa personal. A partir de la interacción en clase y de la iniciativa personal en la participación de la misma, se pone en funcionamiento esta competencia.
- Competencia social y ciudadana. Aprender a ser respetuoso, y a ceder el turno de palabra en esta actividad, hará que mejoren su competencia social y relación en el grupo.

Metodología

- Participación activa. El turno de palabra será abierto para que el alumno participe activamente en voz alta ante la deducción que realice.
- Aproximación didáctica. Tras la resolución de casi todas las sucesiones propuestas, se prevé que el alumnado no haya solucionado las más difíciles. Para ello, la profesora realizará una aproximación didáctica de los ejemplos con mayor dificultad.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO.
- Espaciales: Aula de 3º ESO.
- Materiales: Pizarra tradicional.

Planificación / temporalización

20 min en la primera sesión

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	TAREAS A DESARROLLAR
Inicio	Se escriben las sucesiones en la pizarra.	Se necesita ficha de apoyo profesor.
Desarrollo	Trabajo en gran grupo. Los alumnos tienen que decir en voz alta el término que sigue de las sucesiones escritas.	
Final	El profesor soluciona las sucesiones que no han podido deducir los alumnos.	

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica así como sobre el comportamiento actitudinal del alumnado ya que, al tratarse de una sesión participativa, puede que aproveche para mostrarse más disruptivo.

Atención a la diversidad

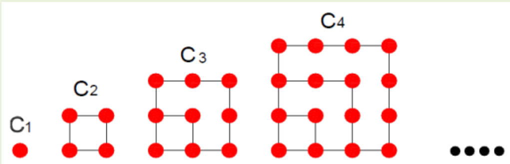
Al ser una actividad muy abierta que valora la creatividad, la opinión y la participación del alumnado, se está abordando el punto de la atención a la diversidad de un modo efectivo.

Se ha de conseguir que el alumno se sienta cómodo para que se produzca una participación activa interesante y constructiva, haciendo hincapié en aquellos alumnos más tímidos. Al ser una unidad didáctica nueva para ellos y que no necesita demasiados conceptos previos para su implementación, ningún alumno jugará con ventaja. Ello puede conferir más aliciente a los alumnos más rezagados que, quizás en el tema de sucesiones, se les dé mejor que al resto.

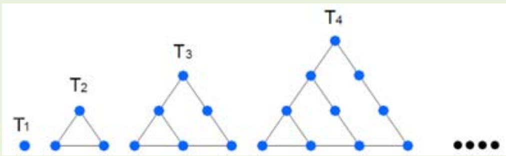
FICHA APOYO ACTIVIDAD 1

Se escriben en la pizarra las siguientes progresiones:

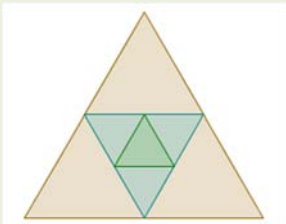
- Números Naturales (1, 2, 3, 4…)
- Números pares (2, 4, 6, 8…)
- Números primos (2, 3, 5, 7, 11, 13…)
- Cuadrados perfectos (1, 4, 9, 16, 25…)⇒ $a_n = n^2$



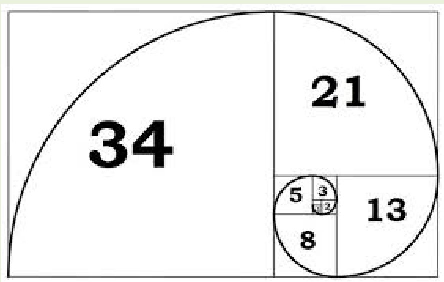
- Cuadrados perfectos menos uno (0, 3, 8, 15, 24…)⇒ $a_n = n^2 - 1$
- Triángulos (1, 3, 6, 10, 15, 21, 28…)



- Áreas($1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \frac{1}{256}$…)



- RECURRENCIA: Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8,13…)⇒ $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$



- Geométricas*r (2, 4, 8, 16, 32…)

CONCEPTOS

ETIQUETA a_n / TÉRMINO GENERAL / REGLA DE FORMACIÓN

RECURRENCIA = FIBONACCI.

Se recurre a términos que ya tengo.

6.2 Actividad 2: Material didáctico: maqueta sucesión Fibonacci y piña

Descripción

En la primera sesión de la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones se explicará la sucesión recurrente de Fibonacci a partir de una maqueta realizada con cuadrados a modo de puzle. Estos cuadrados tendrán de lado los números de la sucesión de Fibonacci. También se relacionarán los términos de esta recurrencia con las espirales de una piña mostrando un ejemplo real.

Objetivos de la actividad

- Motivar al alumno a partir de la maqueta y la piña, con la finalidad de conseguir otros caminos de aprendizaje.
- Aprender Progresiones y sucesiones de un modo creativo.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Introducción al concepto de sucesión recurrente y relación con la realidad.
- Procedimentales: Valoración de la maqueta y la piña como material didáctico innovador. Mediante la maqueta, el alumno puede tocar una sucesión siendo ésta una alternativa de aprendizaje de la sucesión recurrente. Dependiendo del nivel del alumnado, este material didáctico puede servir para introducir el concepto de límite.
- Actitudinales: Interacción e interés por la materia a partir de material innovador.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad se intentará que asimilen la idea general de las sucesiones recurrentes y sus reglas de formación.
- Aprender a aprender. Se parte de una actividad deductiva para que se inicien en esta unidad didáctica, desconocida para ellos, y que ellos mismos sean los que construyan el propio conocimiento. A partir de un recurso innovador como es la maqueta de una sucesión y las espirales de una piña, el alumno puede realizar su conocimiento desde otra vía alternativa.
- Autonomía e iniciativa personal. A partir de la interacción en clase y de la iniciativa personal en la participación de la misma, se pone en funcionamiento esta competencia.
- Artística. La maqueta está realizada por la propia profesora en prácticas, de modo que el alumno puede apreciar el valor de materiales de apoyo alternativos al aprendizaje.

Metodología

- Aproximación didáctica. La profesora realizará una aproximación didáctica de las sucesiones recurrentes mediante el ejemplo en maqueta de la sucesión de Fibonacci. Relacionará también los términos de esta recurrencia con elementos de la naturaleza, como las espirales de una piña.
- Participación activa. El turno de palabra será abierto para que el alumno participe activamente en voz alta para que comente los aspectos que crea interesantes.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO
- Espaciales: Aula de 3º ESO
- Materiales: Pizarra tradicional; Maqueta sucesión recurrente Fibonacci; Piña con las espirales coloreadas. (8 y 13 espirales en un sentido y en otro)

Planificación / temporalización

15 min en la primera sesión

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	MATERIALES DE APOYO
Inicio	Se explica la sucesión recurrente, con la ayuda de la maqueta Fibonacci.	Ficha de apoyo: Historia de Fibonacci
Desarrollo	Trabajo en gran grupo. Los alumnos tocarán la sucesión y reflexionarán en voz alta acerca del nuevo concepto.	Maqueta de la sucesión de Fibonacci Piña con las espirales de las escamas pintadas de colores.
Final	Introducción del concepto del Número Áureo y de los límites a partir de la maqueta.	

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica así como sobre el comportamiento actitudinal del alumnado ya que, al tratarse de una sesión participativa, puede que aproveche para mostrarse más disruptivo.

Atención a la diversidad

Mediante el recurso didáctico de la maqueta “Fibonacci” y la relación de dicha sucesión con elementos de la naturaleza, como las espirales de una piña, se consigue una vía alternativa a la construcción del conocimiento de las sucesiones recurrentes, ampliando la atención a la diversidad del alumnado frente a esta materia.

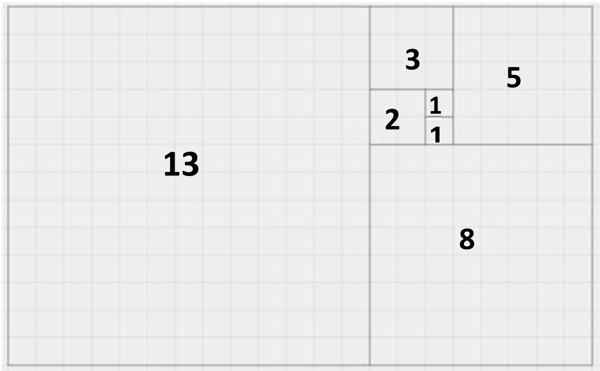
FICHA APOYO DE LA ACTIVIDAD 2

MAQUETA DE FIBONACCI

Leonardo de Pisa, Leonardo Pisano o Leonardo Bigollo (c. 1170 - 1250), también llamado Fibonacci, fue un matemático italiano, famoso por haber difundido en Europa el sistema de numeración indo-arábigo actualmente utilizado, el que emplea notación posicional (de base 10, o decimal) y un dígito de valor nulo: el cero; y por idear la sucesión de Fibonacci.

Si tomamos la secuencia de Fibonacci, con el 0 como número inicial, nos queda una secuencia así:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377…



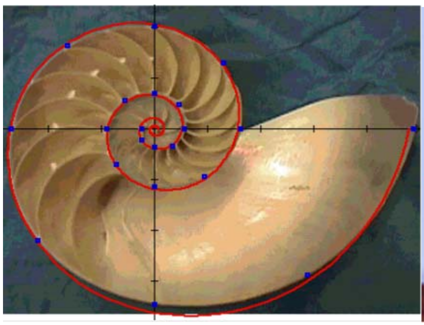
Vamos a suponer que cada número de dicha secuencia representa un cuadrado. Ese número señala cuánto mide el lado del cuadrado que representa. Si empezamos a juntar de manera conveniente los cuadrados, podemos formar un rectángulo.

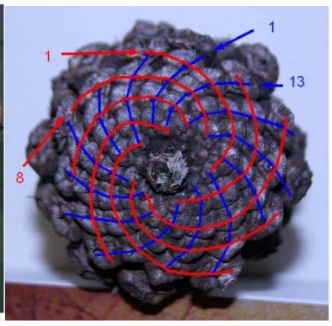
Si vamos dividiendo cada número de Fibonacci por su anterior:

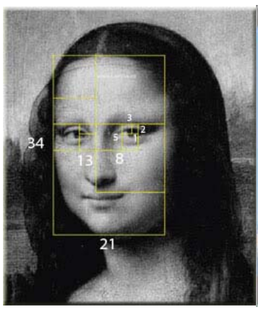
Por ejemplo: $\frac{3}{2} = 1{,}5$; $\frac{8}{5} = 1{,}6$ y $\frac{21}{13} = 1{,}61538461 \ldots$

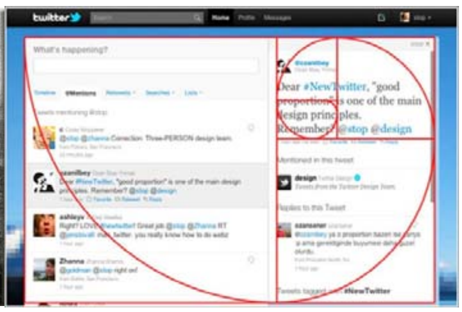
vemos que la secuencia se acerca considerablemente al NÚMERO ÁUREO φ :

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}6180339887498948482045868 34$$









En la naturaleza podemos encontrar el número áureo y la sucesión de FIBONACCI en innumerables figuras: la espiral logarítmica en la concha del nautilus y en el diseño de páginas web; la sucesión de Fibonacci en la disposición de las escamas de las piñas, y el rectángulo áureo en obras de arte como la Gioconda.

6.3 Actividad 3:"Veo, veo… ¿qué ves? ¡Una sucesión!"

Descripción

Se planteará una actividad para realizar en casa. Se trata de que investiguen posibles casos de progresiones y sucesiones en la vida real, con el apoyo de internet, si es necesario. En la siguiente sesión (15/04/15), en clase, explicarán oralmente los distintos ejemplos que han visto.

Objetivos de la actividad

- Buscar, analizar, seleccionar, utilizar y transmitir la información a través de las TIC.
- Relacionar conceptos de sucesiones y progresiones con la realidad.
- Formular y expresar argumentos de manera convincente y adecuada.
- Mejorar el discurso oral.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Relacionar conceptos de sucesiones y progresiones con la realidad.
- Procedimentales: Búsqueda de información a través de diferentes medios, redacción, exposición de las principales ideas, argumentación.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad buscarán e investigarán ejemplos en la realidad acerca de las sucesiones y progresiones.
- Aprender a aprender. Se parte de una actividad de búsqueda e investigación en la que sea el propio alumnado el que construya su conocimiento.
- Conocimiento e interacción con el mundo físico. Mediante la búsqueda de ejemplos de sucesiones en la realidad, se practicará claramente dicha competencia.
- Tratamiento de la información y competencia digital. Investigar, obtener, procesar y comunicar información y convertirla en conocimiento, a través del uso de diferentes soportes y tecnologías.
- Autonomía e iniciativa personal. Planificar y elaborar trabajos de modo personal.
- Competencia social y ciudadana. Aprender a ser respetuoso y a escuchar a los compañeros. Mediante la explicación oral de los ejemplos que hayan encontrado se conseguirá que mejoren su competencia social y relación en el grupo.

Metodología

- Técnica de auto-aprendizaje mediante el trabajo de investigación.
- Técnica de aproximación didáctica y tutoría entre iguales, al explicar los ejemplos encontrados.
- Técnica de discusión en grupo, en el caso de posibles comentarios posteriores.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO
- Espaciales: Aula de 3º ESO
- Materiales: Pizarra tradicional; Los que haya confeccionado el alumno

Planificación / temporalización

20 min en la 2ª sesión

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
Inicio 13/04/15	En la sesión anterior a la realización de la actividad, se explicará la misma para que busquen la información en casa.
Desarrollo 15/04/15	Cada alumno explica al gran grupo los ejemplos de sucesiones que ha encontrado.
Final 15/04/15	Se realiza un debate posterior para aclarar posibles conceptos dudosos.

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica.

Atención a la diversidad

Al ser una actividad de investigación que valora la creatividad, la opinión y la participación del alumnado, se está abordando el punto de la atención a la diversidad de un modo efectivo.

Se ha de conseguir que el alumno se sienta cómodo para que se produzca una participación activa interesante y constructiva, haciendo hincapié en aquellos alumnos más tímidos.

6.4 Actividad 4: Relato de la experiencia infantil de Gauss.

Gauss (1777-1855) es, sin duda, uno de los mejores matemáticos de todos los tiempos. Con Newton y Arquímedes forma el trío de matemáticos más relevantes de la historia.

Cuenta la historia, que cuando Gauss tenía solamente 7 años de edad y asistía a la escuela primaria, uno de sus maestros, para castigarlo porque no ponía atención a la clase, le pidió que **sumara todos los números del 1 al 100**. El maestro pensaba que el niño tardaría varias horas en resolver el problema pero, para su sorpresa, a los cinco minutos de haberle puesto el ejercicio, Gauss le entregó la solución. Sorprendido por la rapidez, el maestro pidió a Gauss que le explicara el procedimiento que había seguido. En lugar de sumar todos los números, uno por uno, Gauss hizo lo siguiente:

Puso en una fila todos los números del 1 al 100 y debajo de esa fila situó todos los números del 100 al 1. Después sumó las dos filas.

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots & 98 & 99 & 100 \\ 100 & 99 & 98 & \ldots & 3 & 2 & 1 \\ \hline 101 & 101 & 101 & \ldots & 101 & 101 & 101 \end{array}$$

Tenía entonces 100 veces el número 101, así que se dio cuenta que si multiplicaba 100 por 101 obtendría dos veces la suma de todos los números del 1 al 100, por tanto, si quería obtener la suma de todos los números del 1 al 100 una sola vez, bastaría con dividir entre 2 el resultado de la multiplicación. Así:

$$1+2+3+4+\ldots+97+98+99+100=\frac{(100)(101)}{2}=5{,}050$$

Ahora, utilizando esta ingeniosa forma de sumar se deduce la expresión general que nos permite calcular la **suma de cualquier progresión aritmética** conociendo simplemente el primer y último término.

$$\begin{array}{ccccccccccc} S_n & = & a_1 & + & a_2 & + & \ldots. & + & a_{n-1} & + & a_n \\ S_n & = & a_n & + & a_{n-1} & + & \ldots. & + & a_2 & + & a_1 \\ \hline 2S_n & = & (a_1+a_n) & + & (a_2+a_{n-1}) & + & \ldots. & + & (a_2+a_{n-1}) & + & (a_1+a_n) \end{array}$$

Cada grupo de la derecha tiene la misma suma, o sea $a_1 + a_n$.

Por ejemplo: $a_2 + a_{n-1} = a_1 + d + a_n - d = a_1 + a_n$.

Hay n de tales grupos y así: $2S_n = n(a_1 + a_n)$, luego: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$.

6.5 Actividad 5: Crucigrama de sucesiones

Descripción

Se realizará un juego basado en la resolución de crucigramas de sucesiones en grupos heterogéneos de 3 alumnos. Éstos serán de poca complejidad con el fin de motivar al alumno frente a la materia y cohesionar los grupos de clase.

Objetivos de la actividad

- Motivar al alumno a partir del juego de los crucigramas ante una unidad didáctica desconocida.
- Aprender Progresiones y sucesiones de un modo deductivo.
- Trabajar en grupos cooperativos para conseguir una integración de la totalidad del alumnado, fomentando la empatía.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Introducción al concepto de sucesión. Etiqueta a_n , término general y regla de formación.
- Procedimentales: Mediante el trabajo en equipo, el alumno trabajará el juego deductivo de los crucigramas de sucesiones. Éste será un instrumento importante para motivar al alumno frente a esta nueva unidad didáctica.
- Actitudinales: Interacción y respeto en el trabajo cooperativo.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad se intentará que asimilen la idea general de las sucesiones y sus reglas de formación.
- Aprender a aprender. Se parte de una actividad deductiva para que se inicien en esta unidad didáctica, desconocida para ellos, y que ellos mismos sean los que construyan el propio conocimiento.
- Autonomía e iniciativa personal. A partir de la interacción en pequeño grupo y de la iniciativa personal en la participación de la misma, se pone en funcionamiento esta competencia.
- Competencia social y ciudadana. Mejorarán esta competencia aprendiendo a ser respetuosos y a ceder el turno de palabra en el grupo.

Metodología

- Participación activa. Mediante el trabajo en grupos heterogéneos de 3 alumnos, se pondrá en valor el cooperativismo. El turno de palabra será abierto dentro del grupo con el fin de que el alumno participe activamente mostrando sus deducciones.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO
- Espaciales: Aula de 3º ESO
- Materiales: Fichas crucigramas sucesiones; Pizarra tradicional

Planificación / temporalización

20 min en la tercera sesión

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	MATERIAL DE APOYO
Inicio	Se forman los grupos de 3 alumnos. Agrupación de las mesas. Se reparten los crucigramas.	Ficha de apoyo de Crucigramas para resolver.
Desarrollo	Trabajo en pequeño grupo. Los alumnos tienen que resolver los crucigramas.	
Final	En gran grupo. El grupo de alumnos que haya solucionado los crucigramas de modo más rápido será el encargado de explicar en voz alta la resolución de los mismos a sus compañeros.	Ficha de Crucigramas resueltos.

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica así como sobre el comportamiento actitudinal del alumnado.

Atención a la diversidad

Al ser una actividad en grupo cooperativo se pretende la máxima participación del alumnado, de modo que se favorezca la tutoría entre iguales.

Se ha de conseguir que el alumno se sienta cómodo para que se produzca una participación activa interesante y constructiva, haciendo hincapié en aquellos alumnos más tímidos.

FICHA APOYO DE LA ACTIVIDAD 5. CRUCIGRAMAS Y SOLUCIONES.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:
ALUMNO:		
ALUMNO:		

CRUCIGRAMAS DE SUCESIONES ARITMÉTICAS

A

6		20	27
	41	48	
62	69		83
90		104	111

B

25	40		70
85		115	130
	160		190
205		235	
265		295	310

C

	12	10	
6			0
-2		-6	-8
	-12	-14	

D

5		6	
7	7,5		
9		10	
11		12	12,5

SOLUCIONES

A

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_n = 7n - 1$$

6	13	20	27
34	41	48	
62	69	76	83
90	97	104	111

B

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_n = 15n + 10$$

25	40	55	70
85	100	115	130
145	160	175	190
205	220	235	250
265	280	295	310

C

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_n = -2n + 16$$

14	12	10	8
6	4	2	0
-2	-4	-6	-8
-10	-12	-14	-16

D

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_n = 0,5n + 4,5$$

5	5,5	6	6,5
7	7,5	8	8,5
9	9,5	10	10,5
11	11,5	12	12,5

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO: ALUMNO: ALUMNO:	GRUPO: 3r ESO A	FECHA: 20-04-15

CRUCIGRAMAS DE SUCESIONES ARITMÉTICAS

√ A

6	13	20	27
34	41	48	55
62	69	76	83
90	97	104	111

$a_q = a_p + d(q-p)$
$48 = 41 + d(7-6)$
$48 - 41 = d7 - d6$
$\boxed{7 = d_1}$
$a_n = a_1 + d(n-1)$
$a_n = 6 + 7(n-1)$
$a_n = 6 + 7n - 7$
$\boxed{a_n = -1 + 7n}$

√ B

25	40	55	70
85	100	115	130
145	160	175	190
205	220	235	250
265	280	295	310

$a_q = a_p + d(q-p)$
$130 = 115 + d(8-7)$
$130 - 115 = d8 - d7$
$\boxed{15 = d_1}$
$a_n = a_1 + d(n-1)$
$a_n = 25 + 15(n-1)$
$a_n = \cancel{40(n-1)}$
$a_n = 25 + 15n - 15$
$\boxed{a_n = 10 + 15n}$

√ C

14	12	10	8
6	4	2	0
-2	-4	-6	-8
-10	-12	-14	-16

$a_q = a_p + d(q-p)$
$10 = 12 + d(3-2)$
$10 - 12 = d3 - d2$
$\boxed{-2 = d_1}$
$\cancel{a_n = a_1 + ad(n-1)}$
$\cancel{a_n = a_1 +}$
$6 = a_1 + -2(5-1)$
$6 = a_1 - 10 + 2$
$6 + 8 = a_1$
$14 = a_1$
$a_n = a_1 + d(n-1)$
$a_n = 14 + -2(n-1)$
$a_n = 14 - 2n + 2$
$\boxed{a_n = 16 - 2n}$

√ D

5	5'5	6	6'5
7	7,5	8	8'5
9	9'5	10	10'5
11	11'5	12	12,5

$a_q = a_p + d(q-p)$
$7'5 = 7 + d(6-5)$
$7'5 = 7 + d_1$
$7'5 - 7 = d$
$\boxed{0'5 = d}$

$a_n = a_1 + d(n-1)$
$a_n = 5 + 0'5(n-1)$
$a_n = 5 + 0'5n - 0'5$
~~5e0'5e~~
$\boxed{a_n = 4'5 + 0'5n}$

6.6 Actividad 6: Audiovisual “Sucesiones y progresiones. SM”

Descripción

Se proyectará el audiovisual “Sucesiones y progresiones”, de 5 minutos de duración, con la finalidad de remarcar los conceptos básicos de esta temática y ejemplos de la realidad. Tras su visualización, se comentará en gran grupo los puntos más interesantes, además de matizar los conceptos que no hayan quedado claros.

Objetivos de la actividad

- Motivar al alumno a partir del vídeo.
- Aprender Progresiones y sucesiones a partir de un recurso audiovisual.
- Comprender la relación entre las sucesiones y la realidad.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Introducción al concepto de sucesión. Aprendizaje de las sucesiones a partir de la realidad.
- Procedimentales: Ver el audiovisual y, posteriormente, que se produzca un debate en gran grupo.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad se intentará que asimilen la idea general de las sucesiones y sus reglas de formación.
- Aprender a aprender. Se parte de una actividad deductiva para que se inicien en esta unidad didáctica, desconocida para ellos, y que ellos mismos sean los que construyan el propio

Metodología

Básicamente, se emplearán las técnicas de aproximación didáctica y cine-fórum (proyección de audiovisual) para que los alumnos adquieran unas primeras nociones sobre el tema que durante las sucesivas sesiones se irá ampliando y desarrollando.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO
- Espaciales: Aula de 3º ESO
- Proyector o Pantalla
- Equipo informático y cables de conexión
- Enlace de audiovisual “Sucesiones y progresiones, editorial SM”:

  https://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=bF15HSJct0M

Planificación / temporalización

5 min en el inicio de la quinta sesión

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	MATERIAL DE APOYO
Inicio	Se proyecta el video de “Sucesiones y progresiones”	Ordenador y cables de conexión. Enlace audiovisual.
Desarrollo	Debate en gran grupo. Los alumnos comentarán en voz alta distintos aspectos o preguntas que realizará la profesora.	Preguntas preparadas para comprobar la comprensión por parte del alumno.

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica.

Atención a la diversidad

Al ser una actividad muy abierta que valora la creatividad, la opinión y la participación del alumnado, se está abordando el punto de la atención a la diversidad de un modo efectivo.

Se ha de conseguir que el alumno se sienta cómodo para que se produzca una participación activa interesante y constructiva, haciendo hincapié en aquellos alumnos más tímidos.

6.7 Actividad 7:“El rey Sheram y el inventor del ajedrez”

Descripción

La profesora explicará la historia del “Rey Sheram y el inventor del ajedrez” con algo de teatralización y propondrá el problema sin solucionarlo. A partir del dibujo de un tablero de ajedrez, los alumnos tendrán que colocar dentro de cada una de las casillas la proposición del inventor. Con ello, se pretende que visualicen el crecimiento tan rápido que nos ofrecen las progresiones geométricas. Además, también se les propondrá que resuelvan el problema si la propuesta hubiese sido una progresión aritmética con la finalidad de comparar ambas posturas y que saquen conclusiones.

Objetivos de la actividad

- Motivar al alumno a partir de la escenificación de un problema dado.
- Aprender Progresiones y sucesiones de un modo deductivo.
- Visualizar un problema determinado.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Introducción al concepto de suma de progresión geométrica y de su crecimiento. Suma de progresión aritmética y comparación de ambas.
- Procedimentales: Trabajo cooperativo, mediante la coordinación de los 3 miembros del grupo se ha de resolver el problema de progresión geométrica que, primero visualizan y después, resolverán aplicando la teoría aprendida. Valoración del juego deductivo como instrumento para motivar al alumno frente a este nuevo concepto.
- Actitudinales: Interacción y respeto en el turno de palabra.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad se intentará que asimilen la idea general de las progresiones geométricas y sus características de crecimiento.
- Autonomía e iniciativa personal. A partir de la interacción en clase y de la iniciativa personal en la participación de la misma, se pone en funcionamiento esta competencia.
- Competencia social y ciudadana. Aprender a ser respetuoso, y a ceder el turno de palabra en esta actividad, hará que el alumnado mejore su competencia social y relación en el grupo. El trabajo cooperativo para la resolución del problema, ayudará a fomentar esta competencia.

Metodología

- Relato-historia. A partir de la explicación del relato teatralizado apoyado con el material didáctico se pretende que el alumnado trabaje los conceptos de suma aritmética y geométrica.
- Trabajo en grupo cooperativo. A partir de esta metodología se pretende que el alumno participe activamente, ayude y sea ayudado por los miembros de su grupo, confiriendo una tutoría entre iguales en la resolución del problema que se les propone.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO
- Espaciales: Aula de 3º ESO
- Materiales: Ficha “Historia del Rey y del inventor del ajedrez”; Bandejas de cartón tamaño DinA3; Dibujo de un tablero de ajedrez; Paquete de lentejas, simulando granos de trigo.

Planificación / temporalización

20 min en sesiones finales de la unidad didáctica.

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	MATERIAL DE APOYO
Inicio	Trabajo cooperativo. Grupos de 3 alumnos. Reubicación de las mesas. Reparto de la lectura, de los tableros y las lentejas. Explicación teatralizada de la historia.	Bandeja de cartón DinA3 Ficha de la historia del “Rey Sheram y el inventor del ajedrez” y cuestiones a resolver Tablero de ajedrez impreso en A3 y lentejas
Desarrollo	Los alumnos tienen que resolver este problema a partir de la teoría anteriormente explicada.	
Final	Puesta en común de todos los grupos para ver las conclusiones.	Ficha de las soluciones geométrica y aritmética.

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica.

Atención a la diversidad

El trabajo en grupo cooperativo para la realización de dicha actividad supone una ayuda a aquellos alumnos que les cuesta más, teniendo el apoyo de la tutoría entre iguales ofrecido por otros alumnos que les puede resultar fácil y cómodo el hecho de explicarle la resolución del problema. Para éstos últimos, la tutoría entre iguales les aportará un aumento de autoestima.

ANEXO HISTORIA INVENTOR DEL AJEDREZ

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:
ALUMNO:		
ALUMNO:		

ANEXO HISTORIA INVENTOR DEL AJEDREZ

El juego del ajedrez fue inventado en la India. Cuando el rey hindú Sheram lo conoció, quedó maravillado de lo ingenioso que era y de la variedad de posiciones que en él son posibles. Al enterarse de que el inventor era uno de sus súbditos, el rey lo mandó llamar con objeto de recompensarle personalmente por su acertado invento.

Como pago por el invento, el sabio pidió al rey un grano de trigo por la primera casilla del tablero; dos, por la segunda; cuatro por la tercera...; por cada casilla el doble de granos que por la anterior. ¿Cuántos granos pidió en total?

Vamos a suponer que el inventor hubiese pedido otro deseo. Imaginemos que su voluntad hubiese sido un grano de trigo por la primera casilla del tablero; tres, por la segunda; cinco, por la tercera...; por cada casilla dos granos más de trigo que por la anterior. ¿Cuántos granos le pediría?

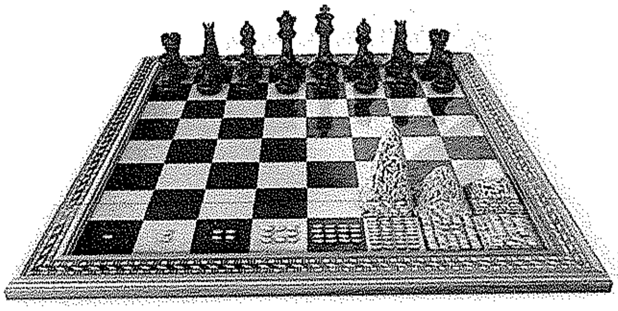
A partir de estos dos casos ¿qué conclusiones puedes sacar?

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:
ALUMNO:	3ºA	27-4-15
ALUMNO:		

+ lents
però resultat molt clar

ANEXO HISTORIA INVENTOR DEL AJEDREZ



El juego del ajedrez fue inventado en la India. Cuando el rey hindú Sheram lo conoció, quedó maravillado de lo ingenioso que era y de la variedad de posiciones que en él son posibles. Al enterarse de que el inventor era uno de sus súbditos, el rey lo mandó llamar con objeto de recompensarle personalmente por su acertado invento.

Como pago por el invento, el sabio pidió al rey un grano de trigo por la primera casilla del tablero; dos, por la segunda; cuatro por la tercera...; por cada casilla el doble de granos que por la anterior. ¿Cuántos granos pidió en total?

geomètrica
1, 2, 4, 8, 16...

✓ $a_1 = 1$

✓ $r = 2$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$a_{64} = 1 \cdot 2^{64-1}$

$a_{64} = 1 \cdot 2^{63}$

$a_{64} = 2^{63}$

$S = \dfrac{a_n \cdot r - a_1}{r-1}$

$S = \dfrac{2^{63} \cdot 2 - 1}{2-1}$

$S = \dfrac{2^{64}-1}{1} = \boxed{1{,}8 \times 10^{19}}$ ✓

Muy claro! ok!

Vamos a suponer que el inventor hubiese pedido otro deseo. Imaginemos que su voluntad hubiese sido un grano de trigo por la primera casilla del tablero; tres, por la segunda; cinco, por la tercera...; por cada casilla dos granos más de trigo que por la anterior. ¿Cuántos granos le pediría?

aritmètica
1, 2, 4, 8, 10...

Muy bien!

$\begin{cases} a_1 = 1 \\ n = 64 \\ d = 2 \end{cases}$

$a_n = a_1 + (n-1)\,d$

$a_{64} = 1 + (64-1)2$

$a_{64} = 1 + 63 \cdot 2$

$a_{64} = 1 + 126$

$a_{64} = 127$

$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$

$S_n = \dfrac{(1+127)\cdot 64}{2}$

$S_n = \dfrac{128 \cdot 64}{2}$

$S_n = \dfrac{8.192}{2}$

$\boxed{S_n = 4.096}$ ✓

A partir de estos dos casos ¿qué conclusiones puedes sacar?

✓ Com a conclusió hem vist que les ~~es~~ geomètriques augmenten exponencialment, mentre que les aritmètiques augmenten molt poc a poc.

SOLUCIONES DE LAS PROPUESTAS GEOMÉTRICA Y ARITMÉTICA

SOLUCIÓN.

PROGRESIÓN GEOMÉTRICA, HISTORIA DEL REY SHERAM Y EL INVENTOR DEL AJEDREZ

IES EL CAMINAS

1	2	4	8	16	32	64	128
256	512	1024	2048	4096	8192	16384	32768
65536	131072	262144	524288	1048576	2097152	4194304	8388608
16777216	33554432	67108864	134217728	268435456	536870912	1073741824	2147483648
4294967296	8589934592	1,718E+10	3,436E+10	6,8719E+10	1,3744E+11	2,7488E+11	5,4976E+11
1,09951E+12	2,199E+12	4,398E+12	8,7961E+12	1,7592E+13	3,5184E+13	7,0369E+13	1,4074E+14
2,81475E+14	5,6295E+14	1,1259E+15	2,2518E+15	4,5036E+15	9,0072E+15	1,8014E+16	3,6029E+16
7,20576E+16	1,4412E+17	2,8823E+17	5,7646E+17	1,1529E+18	2,3058E+18	4,6117E+18	9,2234E+18

Estamos en una progresión geométrica con $a_1 = 1$ y r = 2.

Como hay 64 casillas, el último término es $a_{64} = 2^{63}$granos. La suma es:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1} = \frac{a_1(r^n - 1)}{r-1}$$

$S_{64} = \frac{2^{63} \cdot 2 - 1}{2-1} = 2^{64} - 1 = \mathbf{18\,446\,744\,073\,709\,551\,615}$ **granos de trigo**

– Dime, cuál es esa cifra tan monstruosa –dijo reflexionando–. – ¡Oh, soberano! **Dieciocho trillones cuatrocientos cuarenta y seis mil setecientos cuarenta y cuatro billones setenta y tres mil setecientos nueve millones quinientos cincuenta y un mil seiscientos quince.**

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015 **IES EL CAMINÀS**

SOLUCIÓN SUPUESTO 2.

PROGRESIÓN ARITMÉTICA, HISTORIA DEL REY SHERAM Y EL INVENTOR DEL AJEDREZ

IES EL CAMINAS

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	35	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63
65	67	69	71	73	75	77	79
81	83	85	87	89	91	93	95
97	99	101	103	105	107	109	111
113	115	117	119	121	123	125	127

Estamos en una progresión aritmética con $a_1 = 1$ y d = 2.

En primer lugar hemos de calcular el término a_{64} de la sucesión:

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + (n-1)\cdot d}$$

$$a_{64} = 1 + (64-1)\cdot 2$$

$$a_{64} = 127$$

Y ahora ya podemos realizar la suma de los 64 términos de esta progresión aritmética:

$$\boldsymbol{S_n = (a_1 + a_n)\cdot \frac{n}{2}}$$

$$S_{64} = (1 + 127)\cdot \frac{64}{2}$$

$$\mathbf{S_{64} = 4096 \text{ granos de trigo}}$$

6.8 Actividad 8: Tangram progresión geométrica

Descripción

Es una actividad para aplicar en la sesión en la que se explica la suma de todos los términos de una progresión geométrica con $|r|<1$. La actividad se realizará de modo individual. A partir de una maqueta de una progresión geométrica se pretende que el alumno analice los datos y encuentre la ley de formación, así como la visualización de la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica de razón $-1<r<1$. Mediante el recurso físico, se pretende que toque las matemáticas y deduzca la solución del problema planteado.

Objetivos de la actividad

- Motivar al alumno a partir de la maqueta de una progresión geométrica para que practique las sucesiones y progresiones.
- Aprender Progresiones y sucesiones de un modo lúdico.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Averiguar la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica con razón $-1<r<1$, de modo lúdico.
- Procedimentales: A partir del trabajo individual y de la maqueta, se pretende que resuelvan las preguntas planteadas.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad se intentará que practiquen el concepto teórico que se ha explicado en esta unidad didáctica. Asimilarán mejor el concepto de la suma de progresión geométrica, a partir de esta práctica basada en una maqueta.
- Aprender a aprender. Se parte de una actividad deductiva para que se inicien en esta unidad didáctica, desconocida para ellos, y que ellos mismos sean los que construyan el propio conocimiento. A partir de un recurso innovador como es la maqueta de una sucesión, el alumno puede realizar su conocimiento desde otra vía alternativa
- Autonomía e iniciativa personal. A partir de este recurso, el alumno desarrollará su autonomía e iniciativa.
- Artística. La maqueta está realizada por la propia profesora en prácticas, de modo que el alumno puede apreciar el valor de materiales de apoyo alternativos al aprendizaje.

Metodología

- Aproximación didáctica. La profesora realizará una aproximación didáctica de las sucesiones geométricas con $|r|<1$. Seguidamente, se expondrá este ejercicio para que lo resuelvan de modo individualizado. El ejercicio de deducción se basa en una maqueta en la que un cuadrado se divide en infinitas piezas triangulares con una ley de formación a descubrir.
- Participación activa. Después del trabajo individual, se pasará al turno de palabra abierto en gran grupo, en el que el alumno tendrá que participar activamente para dar respuesta a las preguntas que se proponían y comentar los aspectos interesantes.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO
- Espaciales: Aula de 3º ESO
- Materiales: Maqueta de la sucesión geométrica Tangram y ficha con unas preguntas a contestar.

Planificación / temporalización

20 min

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	TAREAS A DESARROLLAR
Inicio	Explicar el funcionamiento del juego-ejercicio.	Mostrar la maqueta de la progresión geométrica. Se reparten las fichas-preguntas.
Desarrollo	Trabajo individual. Se dejan 10 minutos para que los alumnos contesten a las preguntas propuestas.	Resolución de las cuestiones.
Final	En voz alta, el alumnado irá contestando las preguntas	Exposición en voz alta de las respuestas justificadas.

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica. Se valorarán la actitud del grupo y la calidad de las respuestas, ya que se pretende que el alumno justifique razonadamente las respuestas.

Atención a la diversidad

Se pone en valor la opinión y la participación del alumno a la hora de comentar las soluciones. Se está abordando el punto de la atención a la diversidad de un modo efectivo.

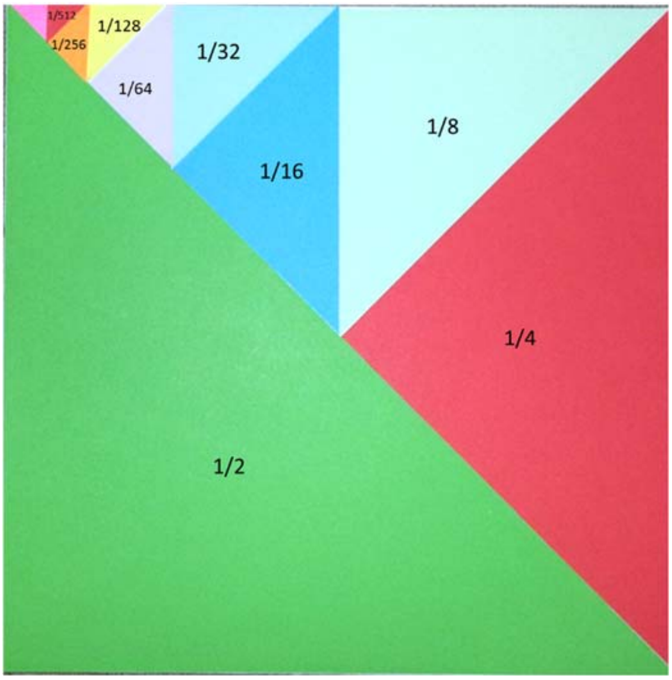
Se ha de conseguir que el alumno se sienta cómodo para que se produzca una participación activa interesante y constructiva, haciendo hincapié en aquellos alumnos más tímidos.

FICHA DE APOYO DEL TANGRAM CON CUESTIONES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	**IES EL CAMINÀS**

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:

EJERCICIO TANGRAM



Observa la maqueta y el dibujo anexo y contesta a las siguientes preguntas:

1. Coloca los números que aparecen en el dibujo en orden estrictamente decreciente.

2. ¿Qué tipo de sucesión es?

3. Encuentra la ley de formación de la sucesión.

4. Explica qué concepto explica la figura.

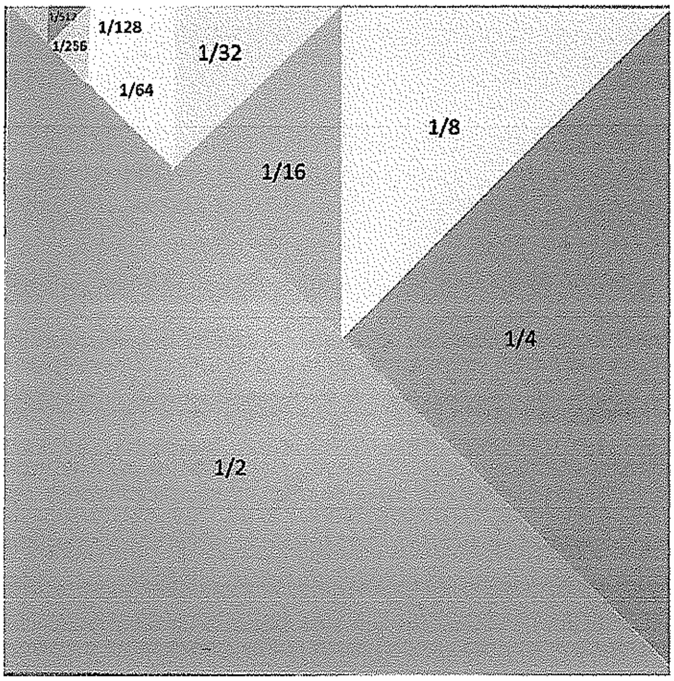
5. ¿Cuál es el área de los 4 triángulos más grandes? ¿Y el área del cuadrado total?

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINAS

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:
ALUMNO:	A	29.4.15
ALUMNO:		

MB

EJERCICIO TANGRAM



Observa la maqueta y el dibujo anexo y contesta a las siguientes preguntas:

✓ 1. Coloca los números que aparecen en el dibujo en orden estrictamente decreciente.

MB $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}, \frac{1}{512} \dots$ $\quad r = \frac{1}{2}$

$\cdot\frac{1}{2} \quad \cdot\frac{1}{2}$

✓ 2. ¿Qué tipo de sucesión es?

Es una sucesión geométrica

✓ 3. Encuentra la ley de formación de la sucesión.

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$a_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

✓ 4. Explica qué concepto explica la figura.

La suma de los infinitos números tiende a $S_\infty \Rightarrow \frac{a_1}{1-r}$

5. ¿Cuál es el área de los 4 triángulos más grandes? ¿Y el área del cuadrado total?

✓ ÁREA 4 TRIÁNGULOS:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 1\right]}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{15}{16}\right)}{-\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{15}{32}}{-\frac{1}{2}} = \frac{15}{16}$$

✓ ÁREA DEL CUADRADO:

$$S_\infty \Rightarrow \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

6.9 Actividad 9: Juegos interactivos "*Mathix successions*" y "*Thatquiz*"

Descripción

Es una actividad para aplicar en las últimas sesiones de la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones, ya que es necesario tener conocimientos previos de los distintos tipos de sucesiones y progresiones para poder jugar con mayor éxito. De lo contrario, el alumno se desmoralizará consiguiendo el efecto contrario al deseado.

Es una actividad que se puede realizar en clase o en casa, ya que las aplicaciones "Mathix Successions" y "Thatquiz" son libres y gratuitas.

Objetivos de la actividad

- Motivar al alumno a partir del juego para que practique las sucesiones y progresiones.
- Aprender Progresiones y sucesiones de un modo lúdico.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Averiguar los términos que faltan en una sucesión, de modo lúdico
- Procedimentales: A partir de dos juegos interactivos, se motiva al alumno frente a esta nueva unidad didáctica, además de alentarlo a seguir practicando.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad de juego interactivo el alumno practicará todos los conceptos teóricos que se han explicado en esta unidad didáctica. Asimilará mejor los conceptos de progresiones aritméticas y geométricas.
- Tratamiento de la información y competencia digital. A través del uso de estos dos recursos informáticos se pretende que el alumno adquiera conocimientos de modo innovador y adaptado a sus inquietudes.
- Aprender a aprender. Se parte de una actividad autónoma para que practiquen de modo individual y aprendan a través de ello.
- Autonomía e iniciativa personal. A partir de este recurso, para practicarlo tanto en clase como en casa, el alumno desarrollará su autonomía e iniciativa.

Metodología

Con esta actividad se pretende fomentar la utilización de las tecnologías de la información y comunicación, que permitirán que los alumnos se adapten con más facilidad al entorno social en que se desenvuelven, un entorno cada vez más tecnológico e informatizado.

En el caso de implementarlo en clase, será en gran grupo, mediante la participación de los 14 alumnos. En el caso de practicarlo en casa, su uso será individual.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO
- Espaciales: Aula de 3º ESO
- Materiales: Proyector; Ordenador con el recurso informático instalado; cables de conexión
  Recurso para Mathix succession http://www.minijuegos.com/juego/mathix-sucession
  Recurso para Thatquiz http://www.thatquiz.org/es/practicetest?GJXQ8747

Planificación / temporalización

10 min en cualquiera de las últimas sesiones

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	MATERIAL DE APOYO
Inicio	Explicar el funcionamiento del juego.	Ordenador y cables. Enlaces a los programas.
Desarrollo	Juego en gran grupo. La profesora proyectará el juego y los alumnos contestarán conforme vayan viendo los términos.	

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica así como sobre el comportamiento actitudinal del alumnado ya que, al tratarse de una sesión participativa, puede que aproveche para mostrarse más disruptivo. Se valorarán la cantidad de aciertos correctos, penalizando los incorrectos con el fin de evitar respuestas que no estén reflexionadas.

Atención a la diversidad

Al ser una actividad muy abierta que valora la creatividad, la opinión y la participación del alumnado, se está abordando el punto de la atención a la diversidad de un modo efectivo.

Se ha de conseguir que el alumno se sienta cómodo para que se produzca una participación activa interesante y constructiva, haciendo hincapié en aquellos alumnos más tímidos.

6.10 Actividad 10: Audiovisual “Fibonacci y el número áureo”

Descripción

Se proyectará el audiovisual “Fibonacci y el número áureo”, de 6 minutos de duración, con la finalidad de concluir las sesiones teóricas de la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones. En el audiovisual se repasa el concepto de sucesión recurrente de Fibonacci, haciendo hincapié con su conexión con la realidad. Tras su visualización, se comentarán en gran grupo los puntos básicos, además de solucionar los conceptos que no hayan quedado claros.

Objetivos de la actividad

- Motivar al alumno a partir del vídeo.
- Aprender Progresiones y sucesiones a partir de un recurso audiovisual.
- Comprender la relación entre las sucesiones y la realidad.

Contenidos y ámbitos de actuación

- Conceptuales: Concepto de sucesión recurrente. Aprendizaje de las sucesiones a partir de la realidad.
- Procedimentales: Ver el audiovisual y, posteriormente, que se produzca un debate en gran grupo.

Competencias básicas

- Competencia matemática. Mediante esta actividad se intentará que asimilen la idea general de recurrencia y sus reglas de formación.
- Aprender a aprender. A partir de un recurso audiovisual se pretende que construyan su propio conocimiento.

Metodología

Básicamente se emplearán las técnicas de aproximación didáctica y cine-fórum (proyección de audiovisual) para que los alumnos completen los conocimientos adquiridos a lo largo de las sesiones, sobretodo de la recurrencia.

Materiales y recursos

- Humanos: Alumnos y profesor/a de matemáticas de 3ºESO
- Espaciales: Aula de 3º ESO
- Proyector y Pantalla
- Equipo informático
- Enlace de audiovisual “Fibonacci y el número de oro”:

  https://www.youtube.com/watch?v=j9e0auhmxnc

Planificación / temporalización

6 min en cualquiera de las últimas sesiones

Desarrollo

PARTES DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN	MATERIAL DE APOYO
Inicio	Se proyecta el video de “Fibonacci y el número de oro”.	Ordenador y cables. Enlace audiovisual.
Desarrollo	Debate en gran grupo. Los alumnos comentarán en voz alta distintos aspectos o preguntas que realizará la profesora.	Preguntas para comprobar la comprensión por parte del alumno.

Evaluación de la actividad

Se tomará nota en el diario-registro del profesor de acuerdo con las pautas de la rúbrica.

Atención a la diversidad

Al ser una actividad muy abierta que valora la creatividad, la opinión y la participación del alumnado, se está abordando el punto de la atención a la diversidad de un modo efectivo.

Se ha de conseguir que el alumno se sienta cómodo para que se produzca una participación activa interesante y constructiva, haciendo hincapié en aquellos alumnos más tímidos.

7 POWER-POINT SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS

En algunas sesiones se han realizado la corrección de los ejercicios, proyectándolos en la pantalla del aula para realizar una corrección más ágil pero de calidad.

094 ●●

El número de usuarios de un polideportivo los fines de semana comenzó siendo de 150 personas y aumentó en 30 personas cada fin de semana a partir de entonces.

a) ¿Cuántos usuarios hubo en la semana 12?

b) ¿Y en las 10 primeras semanas?

Es una progresión aritmética, con $d = 30$.

a) $a_{12} = 150 + 11 \cdot 30 = 480$ usuarios

b) $S_{10} = \dfrac{(150 + 420) \cdot 10}{2} = 2.850$ usuarios

095 ●●

Teresa ha comprado un caballo y quiere herrarlo. Para ello tienen que ponerle 20 clavos, el primero de los cuales cuesta 1 céntimo de euro y cada uno de los restantes vale 1 céntimo más que el anterior. ¿Cuánto paga en total por herrarlo?

Se trata de una progresión aritmética, con $a_1 = 1$ y $d = 1$.

$$a_{20} = 1 + 19 \cdot 1 = 20 \text{ céntimos}$$

$$S_{20} = \frac{a_1 + a_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{1 + 20}{2} \cdot 20 = $$
$$= 210 \text{ céntimos} = 2{,}10\ €$$

096 ●●

¿Cuánto pagaría Teresa si el precio del primer clavo fuese el mismo, pero cada uno de los siguientes costara el doble que el anterior?

Se trata de una progresión geométrica, de razón $r = 2$ y $a_1 = 1$.

$$S_{20} = \frac{a_1 \cdot (r^{20} - 1)}{r - 1} \rightarrow S_{20} = \frac{1 \cdot (2^{20} - 1)}{2 - 1} = 1.048.575 \text{ céntimos} = 10.485{,}75\ €$$

ÁLVAREZ, M.D. Y OTROS (2007)

8 EJERCICIOS EXTRA, PUNTUABLES

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS
EJERCICIOS AMPLIACIÓN CONOCIMIENTOS	3ºA-ESO

EJERCICIOS DIFICULTAD BAJA (0.1 PUNTO MÁX)

PÁGINA 146 EJERCICIO: 43

PÁGINA 147 EJERCICIO: 47

PÁGINA 148 EJERCICIO: 72

PÁGINA 149 EJERCICIO: 86, 88

EJERCICIOS DIFICULTAD MEDIA (0.1 PUNTO MÁX)

PÁGINA 149 EJERCICIO: 89

PÁGINA 150 EJERCICIO: 98, 100, 103

PÁGINA 151 EJERCICIO: 112

EJERCICIOS DIFICULTAD ALTA (0.1 PUNTO MÁX)

PÁGINA 147 EJERCICIO: 55

PÁGINA 149 EJERCICIO: 82

PÁGINA 151 EJERCICIO: 111, 116

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS
EJERCICIOS AMPLIACIÓN CONOCIMIENTOS	3ºA-ESO

EJERCICIOS DIFICULTAD BAJA (0.1 PUNTO MÁX)

PÁGINA 146 EJERCICIO: 43

043 **Obtén los 5 primeros términos de las siguientes sucesiones recurrentes.**

a) $a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_n = a_{n-2} - a_{n-1}$

b) $b_1 = 2,\ b_2 = 4,\ b_n = \dfrac{b_{n-1}}{b_{n-2}}$

c) $c_1 = -1,\ c_2 = 0,\ c_3 = 1,\ c_n = c_{n-1} + c_{n-2} + c_{n-3}$

d) $d_1 = 2,\ d_n = d_{n-1} + n$

a) 1, 3, −2, 5, −7

b) 2, 4, 2, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$

c) −1, 0, 1, 0, 1

d) 2, 4, 7, 11, 16

PÁGINA 147 EJERCICIO: 47

047 **Considera la sucesión 2, 4, 6, 8, 10, ...**

a) ¿Es una progresión aritmética?

b) Halla su término general.

c) Calcula el término 30.

a) Sí, es una progresión aritmética; $d = 4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = 10 - 8 = 2$.

b) $a_n = 2 + (n - 1) \cdot 2 = 2n$

c) $a_{30} = 2 \cdot 30 = 60$

PÁGINA 148 EJERCICIO: 72

072 **Calcula la diferencia o la razón de las siguientes progresiones y halla su término general.**

a) 3, 6, 12, 24, ...

b) 10, 7, 4, 1, ...

c) 1, 1, 1, 1, ...

d) 16, 8, 4, 2, 1, ...

e) 16, 8, 0, −8, ...

f) 3, 9, 15, 21, ...

a) $r = 6 : 3 = 2;\ a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$

b) $d = 7 - 10 = -3;\ a_n = 10 + (n - 1) \cdot (-3)$

c) $r = 1;\ a_n = 1$

d) $r = \dfrac{8}{16} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5;\ a_n = 16 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-5}$

e) $d = 8 - 16 = -8;\ a_n = 16 + (n - 1) \cdot (-8) = (n - 3) \cdot (-8)$

f) $d = 9 - 3 = 6;\ a_n = 3 + (n - 1) \cdot 3 = 3n$

PÁGINA 149 EJERCICIO: 86, 88

086 **Dada una progresión geométrica en la que $a_1 = 2$ y $r = 0{,}1$, calcula.**

a) La suma de los 6 primeros términos.

b) La suma de los infinitos términos.

a) $S_6 = \dfrac{2 \cdot (0{,}1^6 - 1)}{0{,}1 - 1} = \dfrac{-1{,}999998}{-0{,}9} = 2{,}22222$

b) $S = \dfrac{2}{1 - 0{,}1} = \dfrac{2}{0{,}9} = 2{,}\widehat{2}$

088 **Halla la suma de los infinitos términos de la progresión 16, 12, 9, $\frac{27}{4}$, …**

$a_2 = a_1 \cdot r \rightarrow 12 = 16 \cdot r \rightarrow r = \dfrac{12}{16} = \dfrac{3}{4}$

$S = \dfrac{a_1}{1 - r} \rightarrow S = \dfrac{16}{1 - 3/4} = 64$

EJERCICIOS DIFICULTAD MEDIA (0.1 PUNTO MÁX)

PÁGINA 149 EJERCICIO: 89

089 **Dadas las siguientes sucesiones, calcula, en los casos en que sea posible, la suma de sus infinitos términos.**

a) $r = \dfrac{1}{2} \rightarrow S = \dfrac{10}{1 - \dfrac{1}{2}} = 20$

b) $r = \dfrac{\dfrac{3}{2}}{\dfrac{1}{2}} = 3 \rightarrow$ No es posible, pues $3 > 1$.

c) $r = -\dfrac{1}{3} \rightarrow S = \dfrac{-1}{1 - \left(-\dfrac{1}{3}\right)} = -\dfrac{3}{4}$

d) $r = \dfrac{-3}{2} < -1 \rightarrow$ No es posible.

e) No es posible, es una sucesión aritmética y no geométrica.

f) No es posible, es una sucesión aritmética y no geométrica.

g) $r = 1$, por lo que no es posible.

h) $r = \dfrac{1}{10} \rightarrow S = \dfrac{10}{1 - \dfrac{1}{10}} = \dfrac{100}{9}$

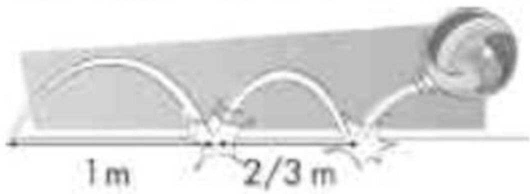
PÁGINA 150 EJERCICIO: 98, 100, 103

098 **Un árbol de rápido crecimiento multiplica su altura por 1,2 cada año. Si al comenzar el año medía 0,75 cm, ¿qué altura tendrá dentro de 10 años? ¿Cuánto crecerá en esos 10 años?**

Es una progresión geométrica, con $r = 1{,}2$ y $a_1 = 0{,}75$.

$a_{10} = 0{,}75 \cdot 1{,}2^9 = 3{,}87$ m medirá a los 10 años, por lo que habrá crecido: $3{,}87 - 0{,}75 = 3{,}12$ m.

100 **Lanzamos un balón que da botes a lo largo de un pasillo, como se ve en la figura.**



Si al séptimo bote choca con la pared y se para, ¿qué distancia habrá recorrido?

Es una progresión geométrica, con $r = \frac{2}{3}$ y $a_1 = 1$.

La suma de los 7 primeros términos es: $S_7 = \dfrac{1 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^8 - 1\right)}{\frac{2}{3} - 1} = 2{,}883$ m.

103 **Durante los cuatro primeros meses de vida, un bebé ha ido ganando cada mes un 20 % de peso. Si al nacer pesaba 2.900 gramos, ¿cuál ha sido su peso al final del cuarto mes?**

Es una progresión geométrica, de razón $r = 1{,}2$ y $a_1 = 2.900$.

$a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow a_4 = 2.900 \cdot (1{,}2)^3 = 5.011{,}2$ gramos

PÁGINA 151 EJERCICIO: 112

112 **¿Puede ser el número 0 el primer término de una progresión geométrica? ¿Y de una progresión aritmética?**

Si el primer término de una progresión geométrica es 0, todos los términos serán 0, ya que los demás términos se calculan multiplicando el primero por la razón elevada a una cierta potencia. Por otra parte, no hay ningún inconveniente para que el primer término de una progresión aritmética sea 0.

EJERCICIOS DIFICULTAD ALTA (0.1 PUNTO MÁX)

PÁGINA 147 EJERCICIO: 55

055 **Halla el término general de una progresión aritmética en la que $a_4 = 13$ y $a_2 + a_{11} = 41$.**

$a_4 = a_2 + 2d = 13 \rightarrow a_2 = 13 - 2d$

Sustituimos para hallar d:

$$a_2 + a_{11} = 41 \rightarrow a_2 + a_2 + (11-2)\cdot d = 41 \rightarrow 2a_2 + 9d = 41 \rightarrow$$
$$\rightarrow 2\cdot(13-2d) + 9d = 41 \rightarrow 26 - 4d + 9d = 41 \rightarrow$$
$$\rightarrow 5d = 41 - 26 = 15 \rightarrow d = 3$$

Y sustituyendo tenemos que:

$$a_2 = 13 - 2d \rightarrow a_2 = 13 - 2\cdot 3 = 13 - 6 = 7$$

Como $a_2 = a_1 + d \rightarrow 7 = a_1 + 3 \rightarrow a_1 = 4$.

El término general será: $a_n = 4 + (n-1)\cdot 3 = 1 + 3n$.

PÁGINA 149 EJERCICIO: 82

082 **Dos términos consecutivos de una progresión geométrica valen 3 y 4. Averigua qué lugar ocupan si $a_1 = \frac{27}{16}$.**

$$\left.\begin{array}{l} a_n = \cdot r^{n-1} = 3 \\ a_{n+1} = \dfrac{27}{16}\cdot r^n = 4 \end{array}\right\} \text{Dividiendo obtenemos: } \frac{4}{3} = r.$$

Y sustituyendo en la 1.ª ecuación:

$$3 = \frac{27}{16}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} \rightarrow \frac{48}{27} = \frac{16}{9} \underset{(:3)}{=} \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} \rightarrow$$
$$\rightarrow n - 1 = 2 \rightarrow n = 3$$

Se trata de los términos 3.º y 4.º.

PÁGINA 151 EJERCICIO: 111, 116

111 **En un examen las preguntas estaban ordenadas según su dificultad. La primera valía 2 puntos y cada una de las restantes valía 3 puntos más que la anterior. Si en total cuentan 40 puntos, ¿cuántas preguntas tenía el examen?**

Es una progresión aritmética, con $d = 3$ y $a_1 = 2$.

$$40 = S_n = \frac{(a_1 + a_1 + (n-1)\cdot 1)\cdot n}{2} = \frac{(2 + 2 + (n-1)\cdot 3)\cdot n}{2} =$$

$$= \frac{3n^2 + n}{2} \rightarrow 3n^2 + n - 80 = 0 \rightarrow n = 5 \text{ preguntas}$$

La solución negativa de n no la contemplamos, por no ser posible un número negativo de preguntas.

116 **Obtén la fracción generatriz de $2,\widehat{8}$ utilizando la suma de una progresión**

$$\text{Como } 2,\widehat{8} = 2,8888\ldots = 2 + \underbrace{0,8 + 0,08 + 0,008 + 0,0008\ldots}_{\substack{\text{Suma de una progresión geométrica} \\ \text{cuyo primer término es } a_1 = 0,8 \text{ y } r = 0,1}}$$

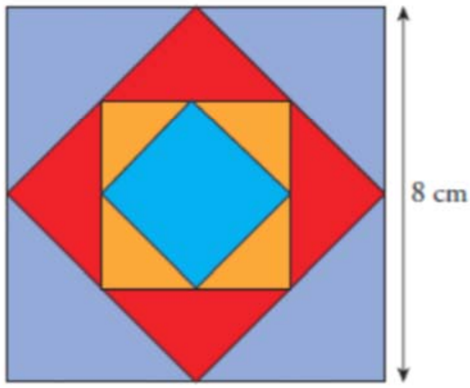
$$2,\widehat{8} = 2 + \frac{0,8}{1 - 0,1} = 2 + \frac{8}{9} = \frac{26}{9}.$$

ÁLVAREZ, M.D. Y OTROS (2007)

9 EJERCICIOS: QUIERO SABER MÁS.

En el aula virtual del IES se han colocado una serie de ejercicios resueltos para aquellos alumnos que deseen ampliar sus conocimientos. Un ejemplo de ello es la diapositiva siguiente:

40 Observa los diferentes cuadrados que hay en esta figura. Se han obtenido uniendo los puntos medios de dos lados contiguos:



a) Halla las áreas de los seis primeros cuadrados de esta sucesión. ¿Cuál será su término general?

b) Escribe la sucesión formada por las longitudes de los lados.

c) Calcula la suma de las áreas de los infinitos cuadrados generados de esa forma.

a) Observamos que el área de cada cuadrado es la mitad del área del cuadrado anterior. Por tanto, la sucesión de las áreas es:

$a_1 = 64\ \text{cm}^2,\ a_2 = 32\ \text{cm}^2,\ a_3 = 16\ \text{cm}^2,\ a_4 = 8\ \text{cm}^2,\ a_5 = 4\ \text{cm}^2,\ a_6 = 2\ \text{cm}^2, \dots$

Es una progresión geométrica de razón $r = \frac{1}{2}$. El término general es:

$$a_n = 64 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^6 \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{2^6}{2^{n-1}} = 2^{6-(n-1)} = 2^{6-n+1} = 2^{7-n}$$

$a_n = 2^{7-n}$

b) El lado de un cuadrado es igual a la raíz cuadrada de su área. Por tanto, la sucesión de las longitudes de los lados será: $\sqrt{64}, \sqrt{32}, \sqrt{16}, \sqrt{8}, \sqrt{4}, \sqrt{2}, \dots$

Es decir: $8, 4\sqrt{2}, 4, 2\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, \dots$

c) Como $a_1 = 64$ y $r = \frac{1}{2}$, tenemos que: $S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{64}{1-\frac{1}{2}} = \frac{64}{\frac{1}{2}} = 128\ \text{cm}^2$

COLERA, J., GAZTELU, I., GARCÍA, R. Y OLIVEIRA M.J. (2004)

10 RÚBRICA CORRECCIÓN EXÁMEN

Ejercicio 1	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,25		
1 punto	Si resuelve bien termino a_1	Si resuelve bien termino a_2	Si resuelve bien termino a_3	Si resuelve bien termino a_4		
Ejercicio 2	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,5	+ 0,25	+ 0,25	0,5
2 puntos	Apartado A, Clasificación	Término General	Suma de términos	Apartado B, Clasificación	Término General	Suma de términos
Ejercicio 3	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,25		
1 punto	Si describe bien la razón r=1/2	Fórmula genérica correcta	Obtención del termino 10 correcto	Resultado correcto del producto		
Ejercicio 4	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,5			
1 punto	Análisis 1 Si indica bien la razón r=1/10	Análisis 2 Formula genérica correcta	Operaciones correctas			
Ejercicio 5	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,25		
1 punto	Analizada como aritmética y diferencia =3	Si además resuelve correctamen te el término 20	Si indica bien la fórmula de suma aritmética	Si opera bien la fórmula de suma aritmética		
Ejercicio 6	+ 0,5	+ 0,5	+ 0,5	+ 0,5	+ 0,5	+ 0,5
3 puntos	Análisis correcto aritmética, d=10	Deducción del término 30 en aritmética	Si realiza la suma aritmética bien	Análisis correcto geométrica, r=2	Deducción del término 30 en geométric a	Si realiza la suma geométrica bien
Ejercicio 7 (1)	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,25	+ 0,25		
1 punto Fibonacci	Si indican la sucesión correctamente	Si explican qué es la recurrencia	Si lo relacionan con el número áureo	Si indican relaciones con la naturaleza, obras de arte o diseño grafico		
	+ 0,5	+ 0,25	+ 0,25			
1punto Gauss	Si explican bien el caso.	Si indican la fórmula de suma aritmética	Si lo apoyan con leguaje matemático			

(1) A escoger una de las dos preguntas.

11 EXÁMENES

11.1 EJERCICIO PREVIO. AUTOEVALUACIÓN.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS
EJERCICIO PREVIO. AUTOEVALUACIÓN	3ºA-ESO

ALUMNO:	FECHA:

EJERCICIO 1. (2 PUNTOS MÁX)

Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

1.1) $a_1 = 7 \quad a_2 = 5 \qquad a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$

1.2) $a_n = \frac{3n^2-2}{5n-1}$

EJERCICIO 2. (1 PUNTO MÁX)

Escribe los siete primeros términos de la sucesión de Fibonacci.

EJERCICIO 3. (2 PUNTO MÁX)

Considera la sucesión $10\,;\ 11\,;\ 12{,}1\,;\ 13{,}31\ ;14{,}641\ldots$

a) Calcula el producto de los 15 primeros términos
b) Calcula la suma de los 25 primeros términos.

EJERCICIO 4. (1 PUNTO MÁX)

En una progresión geométrica $a2 = 6$ y $r = 0{,}5$; calcula la suma de todos sus términos.

EJERCICIO 5. (2 PUNTO MÁX)

De la siguiente sucesión $3\ ,\ \frac{11}{3}\ ,\ \frac{13}{3}\ ,\ 5\ ,\ \frac{17}{3}\ ,\ldots$

a) Calcula el término a_{20}
b) Calcula la suma de los 20 primeros términos

PROBLEMA 6. (2 PUNTOS MÁX)

Paula decide ahorrar para comprarse un coche.
El primer mes ahorra 130 €, y aumentó cada mes una cantidad fija de 15 € sobre lo ahorrado el mes anterior. Han pasado 25 meses.
Calcula qué cantidad ha ahorrado <u>este último mes</u> y la <u>cantidad total</u> que tiene ahorrada.

$130, 145, 160, \ldots$

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS
EJERCICIO PREVIO. AUTOEVALUACIÓN	3ºA-ESO

ALUMNO:	FECHA:

5'75

EJERCICIO 1. (2 PUNTOS MÁX)

Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

0.75 1.1) $a_1 = 7 \quad a_2 = 5 \quad a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$ → 7, 5, -2, ~~0, -2, 11 7-5=2~~ -7, -9 -5

Recurrent

a_n-1 a_{n-2}

$a_3 = 5-7$ $\quad a_4 = 2-2$

$a_3 = -2$ $\quad a_4 = -7$ $\quad a_5 = -7-2$ $\quad -7-(-2) = -5$

$a_5 = -9$

0 1.2) $a_n = \frac{3n^2-2}{5n-1}$

a_1? $\quad a_3 = \frac{3 \cdot 3 - 2}{5 \cdot 3 - 1}$ $\quad a_4 = \frac{3 \cdot 4 - 2}{5 \cdot 4 - 2}$ $\quad a_5 = \frac{3 \cdot 5 -}{}$

a_2? $\quad a_3 = 24,8$ $\quad a_4 = 23,4$

EJERCICIO 2. (1 PUNTO MÁX)

1 Escribe los siete primeros términos de la sucesión de Fibonacci. $a_n = (n-1) + (n-2)$

✓ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13

EJERCICIO 3. (2 PUNTO MÁX)

Considera la sucesión 10 ; 11 ; 12,1 ; 13,31 ; 14,641... Progressió ~~aritmètica~~ geomètrica ✓

$r = 1,1 \rightarrow \frac{11}{10} = 1,1$ ✓

1 a) Calcula el producto de los 15 primeros términos

0.5 b) Calcula la suma de los 25 primeros términos.

$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1}$

$S_{25} = \frac{98'49 \cdot 1,1 - 10}{1,1 - 1}$

$S_{25} = 183,24$

$P_n = (a_1 \cdot a_n)^{\frac{n}{2}}$

$P_{15} = (10 \cdot 37,9)^{\frac{15}{2}}$

$P_{15} = (10 \cdot 37,9)^{\frac{15}{2}}$

↑ se multiplica

$P_{15} = \cancel{4,004 \times 10^{12}}$

~~$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$~~

~~$a_{15} = 10 + (15-1) \cdot 1$~~

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$a_{15} = 10 \cdot 1,1^{15-1}$

$a_{15} = 37,9$ ✓

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ Bien pero esto no es 19.

$a_{25} = 10 \cdot 1,1^{25-1} = 98'49$

$a_{25} = \cancel{19,84}$

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINAS
EJERCICIO PREVIO. AUTOEVALUACIÓN	3ºA-ESO

ALUMNO:	FECHA:

0'5

EJERCICIO 4. (1 PUNTO MÁX)

En una progresión geométrica $a_2 = 6$ y $r = 0{,}5$; calcula la suma de todos sus términos.

Progressió ~~ari~~ geomètrica

$12, 6$; a_1, a_2 ; $0{,}5$ → $\frac{6}{0{,}5} = 12 = a_1$ ✓

$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$

$S_\infty = \frac{12}{1-r}$

$S_\infty = 1{,}\widehat{09}$

$a_q = a_p \cdot r^{q-p} = 6 = a_p + r^{2-}$

~~$a_6 = a_p = 0{,}5$~~

EJERCICIO 5. (2 PUNTO MÁX)

De la siguiente sucesión $3\ ,\ \frac{11}{3}\ ,\ \frac{13}{3}\ ,\ 5\ ,\ \frac{17}{3}\ ,\ldots$ ← Progressió Aritmètica ✓

2

a) Calcula el término a_{20}

b) Calcula la suma de los 20 primeros términos

$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$a_{20} = 3 + (20-1)\cdot\frac{2}{3}$ ✓

$a_{20} = \frac{47}{3}$ ✓

~~$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1}$~~

~~$S_{20} = \frac{\frac{47}{3}\cdot\frac{2}{3}}{}$~~

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$

$S_{20} = \frac{3 + \frac{47}{3}}{2}\cdot 20$

$S_{20} = \frac{560}{3}$ ← correcto!!!

PROBLEMA 6. (2 PUNTOS MÁX)

Paula decide ahorrar para comprarse un coche.

El primer mes ahorra 130 €, y aumentó cada mes una cantidad fija de 15 € sobre lo ahorrado el mes anterior. Han pasado 25 meses.

Calcula qué cantidád ha ahorrado <u>este último mes</u> y la <u>cantidad total</u> que tiene ahorrada.

130, 145, 160, ...

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINAS
EJERCICIO PREVIO. AUTOEVALUACIÓN	3ºA-ESO

ALUMNO:	FECHA:

$1'75 \nearrow 2$

10 ↑↑

Molt bé!
Molt net i molt ordenat.
ENHORABONA

EJERCICIO 1. (2 PUNTOS MÁX)

Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

1.1) $a_1 = 7$ $a_2 = 5$ $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$ → P. recurrent ✓

~~$a_3 = 7 - 1 - 5$~~

$a_3 = a_{3-1} - a_{3-2}$
$a_3 = a_2 - a_1$
$a_3 = 5 - \cancel{7}$
$a_3 = \cancel{4} - 2$ ✓

$a_4 = a_{4-1} - a_{4-2}$
$a_4 = a_3 - a_2$
$a_4 = \cancel{4} - 2 - 5$
$a_4 = -7$ ✓

$a_5 = a_{5-1} - a_{5-2}$
$a_5 = a_4 - a_3$
$a_5 = -7 - (-2)$
$a_5 = -7 + 2$
$a_5 = -5$ ✓

0'75 1.2) $a_n = \frac{3n^2-2}{5n-1}$ → FITXA

~~$a_3 = \frac{(3 \cdot 3)^2 - 2}{(5 \cdot 3) - 1}$~~
~~$a_3 = \frac{81 - 2}{15 - 1}$~~
~~$a_3 = \frac{79}{14} = 5'64$~~

~~$a_4 = \frac{3 \cdot 4^2 - 2}{5}$~~

Falten els 2 primers termes! Se t'han oblidat!

1 **EJERCICIO 2.** (1 PUNTO MÁX)

Escribe los siete primeros términos de la sucesión de Fibonacci.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

EJERCICIO 3. (2 PUNTO MÁX)

2 ↑ Considera la sucesión 10; 11; 12,1; 13,31; 14,641... Geomètrica ✓

$\times 1'1$ $\times 1'1$ $\times 1'1$

a) Calcula el producto de los 15 primeros términos
b) Calcula la suma de los 25 primeros términos.

$12'1 : 11 = 1'1 = r$
$a_q = a_p \cdot r^{q-p}$
$12'1 = 11 \cdot r^{2-1}$
$\frac{12'1}{11} = r$
$1'1 = r$

$r = 1'1$ ✓
$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$
$P_{15} = \sqrt{(10 \cdot a_{15})^{15}}$
$P_{15} = \sqrt{(10 \cdot 37'97)^{15}}$
$P_{15} = \sqrt{(379'7)^{15}}$
✓ $P_{15} = 2'219 \times 10^{19}$

Molt ben operat!!!

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
$a_{15} = 10 \cdot 1'1^{15-1}$
$a_{15} = 10 \cdot 3'797$
$a_{15} = 37'97$

$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$
$S_{25} = \frac{10(1'1^{25} - 1)}{1'1 - 1}$
$S_{25} = \frac{10 \cdot 9'83}{0'1}$
$S_{25} = \frac{98'3}{0'1} = 983$ ✓

A $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$

G $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINAS
EJERCICIO PREVIO. AUTOEVALUACIÓN	3ºA-ESO

ALUMNO:	FECHA:

1

EJERCICIO 4. (1 PUNTO MÁX)

En una progresión geométrica $a2 = 6$ y $r = 0{,}5$; calcula la suma de todos sus términos.

$|r| < 1$

$S\infty = \frac{a_1}{1-r}$

$a_q = a_p \cdot r^{q-p}$

$6 = a_1 \cdot 0'5^{2-1}$

$6 = a_1 \cdot 0'5$

$\frac{6}{0'5} = a_1$

$\boxed{a_1 = 12}$ ✓

$S = \frac{12}{1-0'5}$

$S = \frac{12}{0'5}$

$S = 24$ ✓

2

EJERCICIO 5. (2 PUNTO MÁX)

De la siguiente sucesión $3\ ,\ \frac{11}{3}\ ,\ \frac{13}{3}\ ,\ 5\ ,\ \frac{17}{3}\ ,\ldots$

$+\frac{2}{3}$ $+\frac{2}{3}$ $+\frac{2}{3}$ $+\frac{2}{3}$ ✓

a) Calcula el término a_{20}
b) Calcula la suma de los 20 primeros términos

ARTIMÈTICA ✓

~~$a_q = a_p \cdot r^{q-p}$~~

$\frac{13}{3} - \frac{11}{3} = \frac{2}{3} = d$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{20} = 3 + (20-1)\frac{2}{3}$

$a_{20} = 3 + 19 \cdot \frac{2}{3}$

$a_{20} = 3 + \frac{38}{3}$

$a_{20} = \frac{9}{3} + \frac{38}{3}$

$\underline{a_{20}} = \frac{47}{3}$ ✓

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$

$S_{20} = \frac{(3 + \frac{47}{3})20}{2}$

$S_{20} = \frac{\frac{56}{3} \cdot 20}{2}$

$S_{20} = \frac{\frac{1120}{3}}{2} : \frac{2}{1}$

$S_{20} = \frac{1120}{6}$ ✓

Molt bé... però a tu et demane q simplifiques!

2

PROBLEMA 6. (2 PUNTOS MÁX)

Paula decide ahorrar para comprarse un coche.
El primer mes ahorra 130 €, y aumentó cada mes una cantidad fija de 15 € sobre lo ahorrado el mes anterior. Han pasado 25 meses.
Calcula qué cantidad ha ahorrado este último mes y la cantidad total que tiene ahorrada.

✓ 130, 145, 160, ...

+15 +15

$a_1 = 130$
$d = 15$

$a_{25} = ?$

$S_{25} = ?$

P. ARTIMÈTICA

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{25} = 130 + (25-1)15$

$a_{25} = 130 + 360$ ✓

$a_{25} = \cancel{373}\ 490$ € → L'últim mes ha ahorrat això

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$

$S_{25} = \frac{(130 + \cancel{373}\ 490)25}{2}$

$S_{25} = \frac{\cancel{503}\ 620 \cdot 25}{2}$ ✓

$S_{25} = \frac{\cancel{12575}\ 15500}{2} = \cancel{6287'5}\ 7750€$

La cantitat total ahorrad

11.2 EXAMEN FINAL

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	**IES EL CAMINÀS**
EXAMEN SUCESIONES Y PROGRESIONES	**3ºA-ESO**

ALUMNO:	FECHA:

EJERCICIO 1. (1 PUNTO MÁX)

Escribe los cuatro primeros términos de la siguiente sucesión: $a_n = \frac{5n^2+2}{n+1}$

EJERCICIO 2. (2 PUNTOS MÁX)

Clasifica las siguientes sucesiones y escribe la expresión del término general de cada una de ellas y la suma de los 10 primeros términos, de cada una de ellas.

a) $2, 5, 8, 11, 14 \ldots.$ b) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \ldots$

EJERCICIO 3. (1 PUNTOS MÁX)

Calcula el producto de los 10 primeros términos de la sucesión:

$$1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \ldots$$

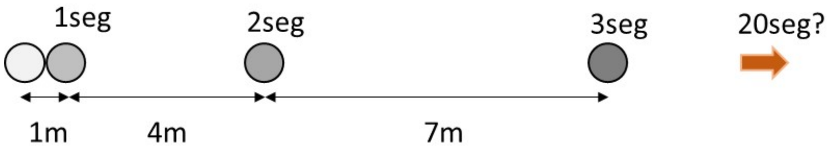
EJERCICIO 4. (1 PUNTO MÁX)

Calcula el valor de la suma de todos los términos de la siguiente sucesión:

$$2 \quad ; \quad 0.2 \quad ; \quad 0.02 \quad ; \quad 0.002 \quad ; \quad 0.0002\ldots$$

EJERCICIO 5. (1 PUNTO MÁX)

Una bola que rueda por un plano inclinado recorre 1 m en el primer segundo,
4 m en el segundo, 7 m en el tercero, y así sucesivamente. ¿Cuánto recorre en 20 segundos?



PROBLEMA 6. El mendigo y el avaro. 3 PUNTOS MÁX)

Un mendigo pide hospedaje a un avaro haciéndole la siguiente proposición:
"Yo pagaré 10€ por el primer día, 20€ por el segundo, 30€ por el tercero y así sucesivamente, durante 30 días; en cambio usted me dará 0,01 € el primer día, 0,02 € el segundo día, 0,04 € el tercero y así sucesivamente."
El avaro y el mendigo llegaron a un acuerdo por 30 días.
¿Quién salió perjudicado en este contrato y por qué?

Para ayudarte escribe los pagos que cada uno hará los 5 primeros días.

Mendigo al avaro. Avaro al mendigo

EJERCICIO 7. CULTURA GENERAL
CONTESTA A UNA DE ESTAS PREGUNTAS. (1 PUNTO MÁX)

A) La sucesión de Fibonacci. Explica todo lo que sepas de ella.
B) Explica la anécdota que tuvo en su infancia el matemático Gauss.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINAS
EXAMEN SUCESIONES Y PROGRESIONES	3ºA-ESO

ALUMNO:	FECHA: 07/0 /2015

10

Molt bé! Ordenat + net + clar!!!

(1) **EJERCICIO 1.** (1 PUNTO MÁX)

Escribe los cuatro primeros términos de la siguiente sucesión: $a_n = \frac{5n^2+2}{n+1}$

$\frac{7}{2}, \frac{22}{3}, \frac{47}{4}, \frac{82}{5} \ldots$ ✓ ✓ ✓ ✓

(2) **EJERCICIO 2.** (2 PUNTOS MÁX)

Clasifica las siguientes sucesiones y escribe la expresión del término general de cada una de ellas y la suma de los 10 primeros términos, de cada una de ellas.

a) successió aritmètica ~~geomètrica~~ ✓

a) $2, 5, 8, 11, 14....$

$+3 \quad +3$ ✓

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_n = 2 + (n-1)3$

$a_n = 2 + 3n - 3$

$\boxed{a_n = -1 + 3n}$ ✓

b) successió geomètrica ✓

b) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, \ldots$

$\times 2/3 \quad \times 2/3$ ✓

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$\boxed{a_n = 1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}}$ ✓

$a_q = a_p \cdot r^{q-p}$

$\frac{2}{3} = 1 \cdot r^{2-1}$

$\frac{\frac{2}{3}}{1} = r$

$\frac{2}{3} = r$

(1) **EJERCICIO 3.** (1 PUNTOS MÁX)

Calcula el producto de los 10 primeros términos de la sucesión:

successió geomètrica ✓

$2 \;;\; 0.2 \;;\; 0.02 \;;\; 0.002 \;;\; 0.0002...$

$1/10 \quad 1/10$ ✓

$P_n = (a_1 \cdot a_n)^{n/2}$

$P_{10} = \left[2 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{10}^{10-1}\right)\right]^{10/2}$

$\boxed{P_{10} = 1'024 \cdot 10^{-42}}$ ✓

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$a_{10} = 2 \cdot (0'1)^{10-1}$

$a_{10} = 2 \cdot 1 \cdot 10^{-9}$

$a_{10} = 2 \cdot 10^{-9}$ ✓

(1) **EJERCICIO 4.** (1 PUNTO MÁX)

Calcula el valor de la suma de todos los términos de la siguiente sucesión:

successió geomètrica

$2 \;;\; 0.2 \;;\; 0.02 \;;\; 0.002 \;;\; 0.0002...$

$1/10 \quad 1/10$ ✓

$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$ ✓

$S_\infty = \frac{2}{1-\frac{1}{10}}$

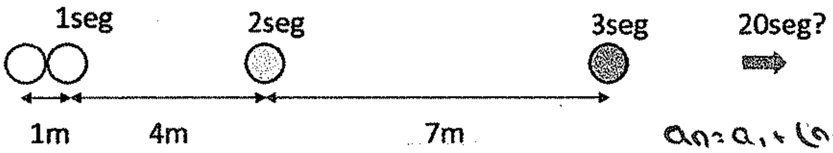
$S_\infty = \frac{2}{\frac{9}{10}}$

$S_\infty = \frac{20}{9}$ ✓

(1)

EJERCICIO 5. (1 PUNTO MÁX)

Una bola que rueda por un plano inclinado recorre 1 m en el primer segundo, 4 m en el segundo, 7 m en el tercero, y así sucesivamente. ¿Cuánto recorre en 20 segundos? successió aritmètica.



$a_q = a_p + (q-p)d$

$4 = 1 + (2-1)d$

$4 - 1 = d$

$3 = d$

$a_1 = 1$

$a_2 = 4$

$a_3 = 7$

$S_{20} = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$

$S_{20} = \dfrac{(1+58)20}{2}$

$\boxed{S_{20} = 590\text{ m}}$ ✓

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{20} = 1 + (20-1)3$

$a_{20} = 1 + 57$

$a_{20} = 58$ ✓

(3)

PROBLEMA 6. El mendigo y el avaro. 3 PUNTOS MÁX)

Un mendigo pide hospedaje a un avaro haciéndole la siguiente proposición:
"Yo pagaré 10€ por el primer día, 20€ por el segundo, 30€ por el tercero y así sucesivamente, durante 30 días; en cambio usted me dará 0,01 € el primer día, 0,02 € el segundo día, 0,04 € el tercero y así sucesivamente."
El avaro y el mendigo llegaron a un acuerdo por 30 días.
¿Quién salió perjudicado en este contrato y por qué? ✓

Para ayudarte escribe los pagos que cada uno hará los 4 primeros días. successió geomètrica.

Mendigo al avaro. Avaro al mendigo

Successió aritmètica.

$a_1 = 10$

$a_2 = 20$

$a_3 = 30$

$d = 10$

$a_q = a_p + (q-p)d$

$20 = 10 + (2-1)d$

$20 - 10 = d$

$10 = d$ ✓

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{30} = 10 + (30-1)10$

$a_{30} = 300$ ✓

$a_4 = 10 + (4-1)10$

$a_4 = 10 + 30$

$\boxed{a_4 = 40\text{€}}$

$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$

$S_{30} = \dfrac{(10+300)30}{2}$

$\boxed{S_{30} = 4650\text{€}}$ ✓

$a_1 = 0'01$

$a_2 = 0'02$

$a_3 = 0'04$

En la gulla.

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$a_4 = 0'01 \cdot 2^{4-1}$

$\boxed{a_4 = 0'08\text{€}}$

Sale perjudicado el avaro porque al ser una sucesion geométrica, y hay que multiplicar, el precio que él tendrá que pagar saldrá mucho más caro que al mendigo.

(1)

EJERCICIO 7. CULTURA GENERAL
CONTESTA A UNA DE ESTAS PREGUNTAS. (1 PUNTO MÁX)

A) La sucesión de Fibonacci. Explica todo lo que sepas de ella.
B) Explica la anécdota que tuvo en su infancia el matemático Gauss.

(3)

$a_q = a_p \cdot r^{q-p}$ $\qquad$ $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$0'2 = 2 \cdot r^{2-1}$ $\qquad$ $a_n = 2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$

$\frac{0'2}{2} = r$

$\underline{0'1 = r}$

(6) Avaro al mendigo.

$a_q = a_p \cdot r^{q-p}$

$0'02 = 0'01 \cdot r^{2-1}$

$\frac{0'02}{0'01} = r$

$\underline{2 = r}$ ✓

$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1}$

$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

$a_{30} = 0'01 \cdot 2^{30-1}$

$S_{30} = \frac{5368709'12 \cdot 2 - 0'01}{2-1}$ $\qquad$ $\cancel{a_{30} = 0'01}$

$a_{30} = 5368709'12$

$\boxed{S_{30} = 10737418'23\text{ €}}$ ✓

B (7) a) La successió de Fibonacci es aquesta:

0+1 1+1 recurrència

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... ✓ el que fa aquesta successió és sumar els dos termes anteriors per a poder obtindre el següent. Fibonacci era d'origen italià.

Aquesta successió la podem trobar per exemple en les pinyes. La part posterior de la pinya, cap a un costat, tots els els ✓ fragments sumen 13 i cap ~~a~~ al sentit contrari dona 8. ✓

També podem trobar aquesta successió en les cotxines NAutilus, que la seua forme forma una espiral ~~a~~ seguint els números de la successió de Fibonacci.

Aquesta espiral seria la forma de la clotxina ~~Antilus~~ Nautilus.

Un altre exemple on podem trobar la successió de Fibonacci és en l'estructura de la cara de la Mona Lisa, la qual té una estructura del quadrat on ✓ es pot dibuixar l'espiral. *Molt bé aquesta explicació!*

recurrència

①

$a_n = \frac{5n^2+2}{n+1}$ $\quad a_2 = \frac{5\cdot 2^2+2}{2+1}$ $\quad a_3 = \frac{5\cdot 3^2+2}{3+1}$

$a_1 = \frac{5\cdot 1^2+2}{1+1}$ $\quad a_2 = \frac{20+2}{3}$ $\quad a_3 = \frac{47}{4}$ //

$a_1 = \frac{5\cdot 1+2}{2}$ $\quad a_2 = \frac{22}{3}$ //

$a_1 = \frac{7}{2}$ // $\quad a_5 = \frac{5\cdot 5^2+2}{5+1}$

$a_4 = \frac{5\cdot 4^2+2}{4+1}$ $\quad a_5 = \frac{127}{6}$ //

$a_4 = \frac{82}{5}$ //

② $a_q = a_p + (q-p)d$

$5 = 2 + (2-1)d$

$5-2 = d$

$3 = d$

$S_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2}$

$S_{10} = \frac{(2+29)10}{2}$

$S_{10} = \frac{31\cdot 10}{2}$

$\boxed{S_{10} = 155}$ ✓

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{10} = a_1 + (n-1)d$

$a_{10} = 2 + (10-1)3$

$a_{10} = 2 + 27$

$a_{10} = 29$ ✓

$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r-1}$

$S_{10} = \frac{1\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{10-1}\cdot\frac{2}{3} - 1}{\frac{2}{3}-1}$

$S_{10} = \frac{0'026\cdot\frac{2}{3}-1}{\frac{-1}{3}}$

$S_{10} = \frac{-0'98}{\frac{-1}{3}}$

$\boxed{S_{10} = 2'94}$ ✓

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINAS
EXAMEN SUCESIONES Y PROGRESIONES	3ºA-ESO

ALUMNO:	FECHA: 07/05/2015

7'25

Enhorabuena, Sara! Un examen muy claro y limpio.

1 × **EJERCICIO 1.** (1 PUNTO MÁX)

Escribe los <u>cuatro primeros términos</u> de la siguiente sucesión: $a_n = \frac{5n^2+2}{n+1}$

× **EJERCICIO 2.** (2 PUNTOS MÁX)

1'25 <u>Clasifica</u> las siguientes sucesiones y escribe la expresión del <u>término general</u> de cada una de ellas y la <u>suma de los 10 primeros términos</u>, de cada una de ellas.

a) $2, 5, 8, 11, 14....$

Aritmética ✓

$a_n = a_1 + (n-1)d \to 29$ ✓

$S_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2}$

$S_{10} = \frac{(2+29)\cdot 10}{2}$

$\boxed{S_{10} = 155}$ ✓

* Falta el término general de las 2 progresiones.

b) $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \frac{16}{81}, ...$

Geométrica ✓

$a_n = r^{n-1}\cdot a_1$

$S_n = \frac{a_1\cdot(r^n - 1)}{r-1}$

$S_{10} = \frac{1\cdot\left(\frac{2}{3}^{10} - 1\right)}{\frac{2}{3} - 1}$

$\boxed{S_{10} = 2,94797541}$ ✓

EJERCICIO 3. (1 PUNTOS MÁX)

0'25 Calcula el <u>producto</u> de los 10 primeros términos de la sucesión:

2 ; 0.2 ; 0.02 ; 0.002 ; 0.0002...

Geométrica

$r = 0,1$ ✓

0'25 × **EJERCICIO 4.** (1 PUNTO MÁX)

Calcula el valor de la <u>suma de todos</u> los términos de la siguiente sucesión:

2 ; 0.2 ; 0.02 ; 0.002 ; 0.0002...

Geométrica ✓

$S_n = \frac{a_1\cdot(r^n - 1)}{r-1}$

$S_5 = \frac{2\cdot(0,1^5 - 1)}{0,1 - 1}$

$\boxed{S_5 = 2,2222}$

Te pedía la suma de los ∞ términos.

$S_\infty \Rightarrow \frac{a_1}{1-r}$. En la hoja anexa sí que me habías puesto la fórmula. Muy bien!

1

EJERCICIO 5. (1 PUNTO MÁX)

Una bola que rueda por un plano inclinado recorre 1 m en el primer segundo, 4 m en el segundo, 7 m en el tercero, y así sucesivamente. ¿Cuánto recorre en 20 segundos?

$a_1 = 1$ Aritmética ✓

$a_2 = 4$ $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$a_3 = 7$ $a_{20} = 1 + (20-1)\cdot 3$

$a_{20} = ¿?$ $\boxed{a_{20} = 58}$ ✓

$d = 3$ ✓

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$

$S_{20} = \frac{(1+58)\cdot 20}{2}$

$\boxed{S_{20} = 590}$ ✓

3

PROBLEMA 6. El mendigo y el avaro. 3 PUNTOS MÁX)

Un mendigo pide hospedaje a un avaro haciéndole la siguiente proposición:
"Yo pagaré 10€ por el primer día, 20€ por el segundo, 30€ por el tercero y así sucesivamente, durante 30 días; en cambio usted me dará 0,01 € el primer día, 0,02 € el segundo día, 0,04 € el tercero y así sucesivamente."
El avaro y el mendigo llegaron a un acuerdo por 30 días.
¿Quién salió perjudicado en este contrato y por qué?

Para ayudarte escribe los pagos que cada uno hará los 4 primeros días.

Mendigo al avaro.   Avaro al mendigo

$a_1 = 10$ $b_1 = 0{,}01$ * hoja.

$a_2 = 20$ $b_2 = 0{,}02$

$a_3 = 30$ $b_3 = 0{,}04$

$a_4 = 40$ $b_3 = 0{,}06$

$\underbrace{a_{30} = ¿?}_{\text{mendigo}}$ $\underbrace{b_{30} = ¿?}_{\text{avaro}}$

EJERCICIO 7. CULTURA GENERAL

0'5

CONTESTA A UNA DE ESTAS PREGUNTAS. (1 PUNTO MÁX)

A) La sucesión de Fibonacci. Explica todo lo que sepas de ella.
B) Explica la anécdota que tuvo en su infancia el matemático Gauss.

(a) En la sucesión de Fibonacci se suman los 2 numeros anteriores para conseguir el siguient y así sucesivanente.

(b) Cuando era pequeño y en su clase no paraban de armar alboroto su profesor decidio mandarles somar todos los números del 1 hasta el 100 para que se callaran y Gauss lo que hizo fue pensar una manera de atajar, con lo que sacó una formula y en 5min ya lo tenía

Muy bien, Sara! Te sabes las fórmulas!!

°A

Aritmetica

- $a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$
- $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}$
- $a_q = a_p\ (q-p)\cdot d$

Geometrica

- $a_n = r^{n-1}\cdot a_1$
- $|r|<1 \quad S_\infty = \dfrac{a_1}{1-r}$
- $A_q =$
- $S_n = \dfrac{a_1\cdot(r^n - 1)}{r-1}$

$P_n = \sqrt{(a_1}$

Ejercicio 1.

$a_4 = \dfrac{5\cdot 4^2 + 2}{4+1}$ $\quad a_3 = \dfrac{5\cdot 3^2+2}{3+1}$ $\quad a_2 = \dfrac{5\cdot 2^2+2}{2+1}$

$\boxed{a_4 = 16,4}$ ✓ $\quad \boxed{a_3 = 11,75}$ ✓ $\quad \boxed{a_2 = 7,33}$ ✓

$a_1 = \dfrac{5\cdot 1^2 + 2}{1+1}$

$\boxed{a_1 = 3,5}$ ✓

PROBLEMA 6.

Muy bien, Sara!

Mendigo	Avaro
$a_1 = 10$	$b_1 = 0,01$
$a_2 = 20$	$b_2 = 0,02$
$a_3 = 30$	$b_3 = 0,04$
$a_4 = 40$	$b_4 = 0,08$
$d = 10$ ✓	$r = 2$ ✓
$S_{30} = ¿?$	$S_{30}\ ¿?$
aritmética ✓	geométrica ✓

$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d$

$a_{30} = 10 + (30-1)\cdot 10$

$a_{30} = 300$ ✓

Mendigo

$S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)\, n}{2}$

$S_{30} = \dfrac{(10+300)\cdot 30}{2}$

$\boxed{S_{30} = 4650\ €}$ ✓

Avaro

$S_n = \dfrac{a_1\cdot(r^n - 1)}{r-1}$

$S_{30} = \dfrac{0{,}01\cdot(2^{30}-1)}{2-1}$

$\boxed{S_{30} = 10.737.418,23\ €}$ ✓

R: Salió perjudicado el avaro ya que lo que le dijo el mendigo se multiplicaba progresivamente.

12 CUESTIONARIO FINAL

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINÀS

ALUMNO:	GRUPO:	FECHA:

III	CUESTIONARIO FINAL	Poco/ No 1	2	3	4	Mucho/Si 5
1	Me ha gustado trabajar las matemáticas individualmente	☐	☐	☐	☐	☐
2	Me ha gustado trabajar las matemáticas en grupo	☐	☐	☐	☐	☐
3	Las matemáticas están relacionadas con la creatividad tanto como el diseño gráfico.	☐	☐	☐	☐	☐
4	Las matemáticas sirven para analizar y comprender la realidad	☐	☐	☐	☐	☐
5	Me lo he pasado bien asistiendo a este tipo de clases	☐	☐	☐	☐	☐
6	El hecho de realizar las actividades me ha ayudado a entender más fácilmente los conceptos de la unidad didáctica.	☐	☐	☐	☐	☐
7	El contenido de esta unidad didáctica me ha parecido interesante y útil para mi futuro académico	☐	☐	☐	☐	☐
8	Me gustaría repetir esta experiencia con otras unidades didácticas	☐	☐	☐	☐	☐
9	La profesora ha sido clara en la exposición de la unidad didáctica	☐	☐	☐	☐	☐
10	Los materiales empleados por la profesora han sido adecuados y suficientes para el estudio de la Unidad Didáctica	☐	☐	☐	☐	☐
11	Estoy de acuerdo en que se puntúen las actividades para la nota final de matemáticas y que no tenga tanto valor la del examen	☐	☐	☐	☐	☐

Nombra varios ejemplos en los que las matemáticas sean empleadas en otras disciplinas.

¿Qué actividades te han gustado más y en cuáles te has encontrado más cómodo?

¿Qué modificarías de esta metodología si la volviésemos a aplicar en esta Unidad?

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015 **IES EL CAMINAS**

ALUMNO:	GRUPO: 3r ESO A	FECHA: 04-05-15

III	CUESTIONARIO FINAL	Poco/ No 1	2	3	4	Mucho/Si 5
1	Me ha gustado trabajar las matemáticas individualmente	☐	☒	☐	☐	☐
2	Me ha gustado trabajar las matemáticas en grupo	☐	☐	☐	☒	☐
3	Las matemáticas están relacionadas con la creatividad tanto como el diseño gráfico.	☐	☒	☐	☐	☐
4	Las matemáticas sirven para analizar y comprender la realidad	☒	☐	☐	☐	☐
5	Me lo he pasado bien asistiendo a este tipo de clases	☐	☒	☐	☐	☐
6	El hecho de realizar las actividades me ha ayudado a entender más fácilmente los conceptos de la unidad didáctica.	☐	☐	☒	☐	☐
7	El contenido de esta unidad didáctica me ha parecido interesante y útil para mi futuro académico	☒	☐	☐	☐	☐
8	Me gustaría repetir esta experiencia con otras unidades didácticas	☐	☐	☒	☐	☐
9	La profesora ha sido clara en la exposición de la unidad didáctica	☐	☐	☐	☒	☐
10	Los materiales empleados por la profesora han sido adecuados y suficientes para el estudio de la Unidad Didáctica	☐	☐	☐	☒	☐
11	Estoy de acuerdo en que se puntúen las actividades para la nota final de matemáticas y que no tenga tanto valor la del examen	☐	☐	☐	☐	☒

Nombra varios ejemplos en los que las matemáticas sean empleadas en otras disciplinas.

En la natura

¿Qué actividades te han gustado más y en cuáles te has encontrado más cómodo?

Los videos y el crucigrama

¿Qué modificarías de esta metodología si la volviésemos a aplicar en esta Unidad?

Donar-la en més temps.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS CURSO 2014-2015	IES EL CAMINAS

ALUMNO:	GRUPO: 3ºESO A	FECHA: 4-05-015

III	CUESTIONARIO FINAL	Poco/ No 1	2	3	4	Mucho/Si 5
1	Me ha gustado trabajar las matemáticas individualmente	☐	☐	☐	☒	☐
2	Me ha gustado trabajar las matemáticas en grupo	☐	☐	☐	☒	☐
3	Las matemáticas están relacionadas con la creatividad tanto como el diseño gráfico.	☐	☐	☐	☐	☒
4	Las matemáticas sirven para analizar y comprender la realidad	☐	☐	☐	☒	☐
5	Me lo he pasado bien asistiendo a este tipo de clases	☐	☐	☒	☐	☐
6	El hecho de realizar las actividades me ha ayudado a entender más fácilmente los conceptos de la unidad didáctica.	☐	☒	☐	☐	☐
7	El contenido de esta unidad didáctica me ha parecido interesante y útil para mi futuro académico	☐	☒	☐	☐	☐
8	Me gustaría repetir esta experiencia con otras unidades didácticas	☐	☐	☐	☒	☐
9	La profesora ha sido clara en la exposición de la unidad didáctica	☐	☐	☐	☐	☒
10	Los materiales empleados por la profesora han sido adecuados y suficientes para el estudio de la Unidad Didáctica	☐	☐	☐	☐	☒
11	Estoy de acuerdo en que se puntúen las actividades para la nota final de matemáticas y que no tenga tanto valor la del examen	☐	☐	☐	☐	☒

Nombra varios ejemplos en los que las matemáticas sean empleadas en otras disciplinas.

Física y química, Tecnología, plástica, biología

¿Qué actividades te han gustado más y en cuáles te has encontrado más cómodo?

Me ha gustado más el crucigrama, el ajedrez y la investigación sucesiones

¿Qué modificarías de esta metodología si la volviésemos a aplicar en esta Unidad?

Nada.

ALUMNO:	GRUPO: 3º A	FECHA: 4/5/15

III	CUESTIONARIO FINAL	Poco/ No 1	2	3	4	Mucho/Si 5
1	Me ha gustado trabajar las matemáticas individualmente	☐	☐	☐	☒	☐
2	Me ha gustado trabajar las matemáticas en grupo	☐	☐	☐	☒	☐
3	Las matemáticas están relacionadas con la creatividad tanto como el diseño gráfico.	☐	☐	☐	☐	☒
4	Las matemáticas sirven para analizar y comprender la realidad	☐	☐	☐	☒	☐
5	Me lo he pasado bien asistiendo a este tipo de clases	☐	☐	☐	☒	☐
6	El hecho de realizar las actividades me ha ayudado a entender más fácilmente los conceptos de la unidad didáctica.	☐	☐	☐	☒	☐
7	El contenido de esta unidad didáctica me ha parecido interesante y útil para mi futuro académico	☐	☐	☐	☒	☐
8	Me gustaría repetir esta experiencia con otras unidades didácticas	☐	☐	☐	☐	☒
9	La profesora ha sido clara en la exposición de la unidad didáctica	☐	☐	☐	☐	☒
10	Los materiales empleados por la profesora han sido adecuados y suficientes para el estudio de la Unidad Didáctica	☐	☐	☐	☐	☒
11	Estoy de acuerdo en que se puntúen las actividades para la nota final de matemáticas y que no tenga tanto valor la del examen	☐	☐	☐	☒	☐

Nombra varios ejemplos en los que las matemáticas sean empleadas en otras disciplinas.

En el arte, en biología...

¿Qué actividades te han gustado más y en cuáles te has encontrado más cómodo?

2, 4 act. 2: Investigación sucesiones
act. 4: Relatos Fibonacci / Gauss / Secreto Whatsapp / Dollar 1 papel

¿Qué modificarías de esta metodología si la volviésemos a aplicar en esta Unidad?

Poner más vídeos

RESULTADOS DEL CUESTIONARIO FINAL

		Poco/ No			Mucho/Si	
III	CUESTIONARIO FINAL	1	2	**3**	4	5
1	Me ha gustado trabajar las matemáticas individualmente	0%	14%	71%	14%	0%
2	Me ha gustado trabajar las matemáticas en grupo	0%	0%	21%	50%	29%
3	Las matemáticas están relacionadas con la creatividad tanto como el diseño gráfico.	0%	36%	0%	36%	29%
4	Las matemáticas sirven para analizar y comprender la realidad	21%	14%	7%	50%	7%
5	Me lo he pasado bien asistiendo a este tipo de clases	7%	21%	14%	43%	14%
6	El hecho de realizar las actividades me ha ayudado a entender más fácilmente los conceptos de la unidad didáctica.	0%	14%	14%	21%	50%
7	El contenido de esta unidad didáctica me ha parecido interesante y útil para mi futuro académico	29%	21%	29%	7%	14%
8	Me gustaría repetir esta experiencia con otras unidades didácticas	7%	0%	29%	29%	36%
9	La profesora ha sido clara en la exposición de la unidad didáctica	0%	7%	21%	50%	21%
10	Los materiales empleados por la profesora han sido adecuados y suficientes para el estudio de la Unidad Didáctica	0%	0%	21%	14%	64%
11	Estoy de acuerdo en que se puntúen las actividades para la nota final de matemáticas y que no tenga tanto valor la del examen	14%	0%	7%	29%	50%

IV

1 Nombra varios ejemplos en los que las matemáticas sean empleadas en otras disciplinas.
2 ¿Qué actividades te han gustado más y en cuáles te has encontrado más cómodo?
3 ¿Qué modificarías de esta metodología si la volviésemos a aplicar en esta Unidad?

Relación de las matemáticas y otras disciplinas.	**Votos**
Física y Química	9
Arte	8
Naturaleza	5
Tecnología	5

Actividades que han gustado mas	**Votos**
Ajedrez	6
Videos	5
Crucigramas	6
Relatos	5
Mathix successions	3
Investigación	3

Que modificarías	**Votos**
Más problemas	7
Explicaciones	4
Más tiempo	3
Mas teoría en el examen	1
Mas videos	1

13 ENTREVISTA TUTORA IES EL CAMINÀS

METODOLOGÍA

1. ¿Crees que es interesante introducir la innovación en las clases? ¿Siempre? ¿En alguna unidad didáctica especial?

   La innovación siempre es interesante. A lo largo de mis años de profesión he podido comprobar que los cambios en la metodología siempre son acogidos positivamente por los alumnos. Me han gustado mucho los recursos audiovisuales de corta duración para introducir las unidades didácticas nuevas, igual lo pongo en práctica. Lo único que se ha de tener presente es que las actividades innovadoras ralentizan el proceso de enseñanza, tan rígido por el currículum. Hace falta mucha planificación para llevarlo a cabo con éxito. La innovación se tendría que utilizar siempre y, sobretodo, en el bloque de geometría.

2. De las actividades innovadoras que ha realizado la profesora en prácticas, ¿cuál crees que ha sido la más interesante? ¿Por qué?

   En primer lugar, los relatos. Son una metodología que incentiva al alumno favoreciendo el aprendizaje. A la larga, se mantienen en el recuerdo. La maqueta de la sucesión de Fibonacci también me pareció interesante ya que se visualiza claramente el concepto. Y las actividades de la última sesión, el video del Número áureo y el juego informático "Mathix successions", que son recursos de corta duración pero muy motivadores.

3. El trabajo en pequeño grupo es visto positivamente por el alumnado, ¿es una metodología que podría ser útil para otras unidades?

   Sí, la veo útil sobre todo para implementarlas en el primer ciclo de ESO, ya que modela bastante al alumnado disruptivo.

ALUMNOS

4. Hay alumnos que han mejorado notablemente sus calificaciones, ¿a qué crees que es debido?

   Pienso que las actividades innovadoras que has introducido han favorecido a que estén más motivados frente la materia.

5. Los alumnos no ven que las enseñanzas que reciben sean útiles para su futuro académico ¿a qué crees que es debido?

   En parte, a su inmadurez y, por otra parte, las matemáticas deberían replantearse con otros contenidos para aquellos alumnos que no quieran continuar con ellas, ofreciendo conocimientos más generales, menos mecánicos y siempre relacionándolos con la vida real.

EVALUACIÓN

6. ¿Cómo se tienen que modificar las notas para incorporar actividades que ayuden a la comprensión de las unidades?

   Veo correcta la ponderación que has establecido: 10%, actitud; 10%, actividades y 80% el examen final. Se ha de hacer hincapié en que las actividades se han de realizar en clase para controlar que son los propios alumnos los que las trabajan, cerciorándote de que no reciben ayuda exterior.

MEJORAS

7. Vista esta nueva manera de enfocar la unidad didáctica de Sucesiones con material manipulable y relatos, ¿en qué crees que se podría mejorar ésta en concreto?

   Lo he visto muy bien, adaptado perfectamente a la edad y a los intereses del alumnado. No cambiaría nada. Por falta de tiempo no se pueden realizar más actividades o implementar otras más largas.

14 TABLA 3. OBSERVACIÓN TUTORA IES - PROF. PRÁCTICAS

TAULA 3

Aquesta taula és pel tutor/a IES, per observar al seu l'alumne/a en pràctiques, aquest l'haurà de lliurar escanejada al tutor/a UJI

Tutor/a IES: Mª José Peris Cerdá **Especialitat del Màster:** Matemàtiques **Estudiant:** Ester Pons Garcés		**Curs:** 3r ESO **Assignatura:** Matemàtiques	**Nombre d'alumnes:** 14
Aspectes que cal observar en el alumne en pràctiques	**Resultat de l'observació, data:**	**Proposta de millora**	**Resultat de la millora, data:**
1. Assistència i puntualitat en les classes, tant per començar com per acabar. Consideres que s'aprofita el temps?	Molt Puntual. Ve amb antelació per "muntar" recursos per projectar.	—	—
2. Expressió oral. • To de veu adequat al grup al que es dirigeix? • Ús excessiu de paraules repetides (tipus val, m'explique,...) • Emfatitza amb la veu allò que és interessant? • Consideres que és clar en les explicacions? Ús de la llengua en registre acadèmic?	To de veu segur i convincent. Motiva als alumnes i els dona autoconfiança. Corregeix correctament (retards, no deures, etc.) Clar i esquematitza objectius vist i per veure.	—	—
3. Planificació, docència i avaluació: • Dedica els primers moments per comunicar el que s'ha treballat en classes anteriors, els següents al treball nou, i els darrers a fer resum del treballat i anticipar el que faran en classes posteriors? • La classe es nota preparada? Explica els indicadors que et donen peu a tenir aquesta impressió. • Es revisa la tasca feta a casa? Es pren nota d'aquesta feina? Com? • Ús d'organitzacions diferents? (treball per grups, per parelles, individuals) • Empatia amb els alumnes? Els alumnes entenen que el professor/a els ajuda a aprendre? Com? Com i què els avalua? • Hi ha organització en el desenvolupament de la classe? Enllaça i relaciona els nous continguts que treballa amb altres treballats anteriorment?	Materials molt ben programats per sessions i en creixent dificultat de continguts. Molts relats, materials manipulables, 2 vídeos, etc. barrejant-los i fent variada i amena la classe. Pren nota de tots els aspectes: corregir deures, participar, etc. Han treballat en grups.	Vam decidir abans grups d'alumnes per la seva diversitat	Van funcionar bé

• Hi ha una activitat a classe que afavoreix la <u>construcció del coneixement</u> per part dels alumnes com a protagonistes del procés d'ensenyament-aprenentatge o es proporciona la informació i l'alumne adopta una actitud passiva? • Hi ha connexió amb els interessos dels alumnes? Connecta amb la realitat que ha originat aquest concepte que es treballa? • Hi ha <u>metacognició</u>, és a dir, afavoreix que l'alumne reflexione sobre el seu procés d'aprenentatge amb els continguts de l'assignatura? • Quines <u>ajudes</u> es proporciona a l'alumne perquè vaja descobrint-construint els continguts de l'assignatura? És una guia o proporciona el final sense respectar el procés de cada alumne ni reflexió prèvia? • El llibre de text, com s'usa? • Hi ha <u>dinàmiques democràtiques</u> a l'aula o pel contrari és un manament directe del professor/a? • Ús de materials: pissarra, NNTT, materials didàctics...	Vam notar que els alumnes no havien estudiat fórmules cada dia. A més a més, vam experimentar amb correcció dels alumnes barrejada amb correcció en projector. Han entregat exercicis per pujar la nota voluntaris. Les classes molt variades Els alumnes permetien un bon ritme de classe.	Vam plantejar fer un "simulacro" d'examen 2 dies abans control tema	Va influir positivament. Van ser conscients dels ~~[illegible]~~ objectius del tema i als continguts Van millorar puntuació
4. <u>Destreses i habilitats socials</u>. • El tracte amb els alumnes es cordial? • Es fixa més en el positiu que fan o en el negatiu? • Se li nota vertader interès per l'aprenentatge dels seus alumnes? • Lidera el grup? Manté l'atenció i aconsegueix que els alumnes estiguen dins del dispositiu didàctic que estiga desplegant en eixe moment?	Alegre, motivadora, Molt implicada en el desenvolupament de les classes i resultats dels alumnes. Animant-los a fer deures, a plantejar dubtes	Els alumnes havien estat d'intercanvi i han acumulat controls d'altres assignatures	Molt
4. <u>Didàctica específica de l'assignatura:</u> • Els continguts que es treballen estan justificats temporalment en la programació general del tutor/a IES? En cas contrari, t'explica els motius? Coincideix aquesta programació amb les recomanacions de la normativa? Coincideix amb el que el llibre de text proposa? • Respecte de la didàctica específica. Usa una metodologia semblant a la que ha observat amb tu? Innova i té iniciatives?.	Es el tema que pertoca a aquestes dades. Es dificultós per als alumnes. Està programat darrere l'àlgebra i ens resulta millor. Tot Perfecte!	Fer el control simulacro i deixar abans un cap de setmana	Positiu!
Altres Treball molt organitzat! Ajustat a les característiques del grup. Molt estructurat per anar treballant i construint els objectius de la unitat. Interès pels alumnes individual (noms, capacitats demostrades, etc.) Molt Variat i Motivador! Molt Bé!			

RESUMEN

Mejora educativa. Experiencia de investigación-acción

El Trabajo Final de Máster que se presenta se enmarca en el apartado de mejora educativa en matemáticas, según la normativa de TFM de la Universidad Jaume I. En él se describe la experiencia de investigación sobre la propia práctica ligada al Prácticum, realizado en un grupo de 3º de ESO en el IES El Caminàs de Castellón, siguiendo la metodología de la investigación-acción.

En primer lugar, se ha identificado un área de mejora durante el periodo de observación. Se trata de una clase de excelencia en la cual se ha observado una excesiva competitividad que interfiere en las relaciones interpersonales y una disminución en la motivación respecto a la asignatura. El área de mejora ha recogido estos aspectos para recuperar la cohesión y la motivación. Para ello, se han realizado actuaciones basadas en un cambio de metodología de las clases fundamentadas en el aprendizaje significativo y el material manipulable, basadas en las teorías de Canals y González-Marí, y en los relatos didácticos según estudios de Frabetti.

En el segundo periodo de Prácticum se puso en funcionamiento dicha actuación, siguiendo los criterios de mejora adaptados a la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones. Para mejorar la situación didáctica frente a la materia se realizó un cambio en el desarrollo de las clases que permitiera aumentar la motivación, relacionar las matemáticas con la realidad, y conseguir ver el punto divertido y creativo de las mismas, además de intentar recuperar la cohesión del grupo. Las actividades que se han planteado se fundamentan en la participación del alumnado en gran grupo y en pequeño grupo, algunas de ellas se centran en las TIC, y demás ejemplos prácticos manipulables hechos por la propia profesora en prácticas para la comprensión de los conceptos de dicha unidad.

Tras la implementación de estas actividades innovadoras y, tras analizar los datos de la evaluación continua y final, los comentarios de la profesora-tutora y la compañera en prácticas, tal y como queda reflejado en el diario de las sesiones anexo a este trabajo, se han obtenido conclusiones convincentes que permiten esbozar nuevas propuestas de mejora.

La totalidad de las actividades interactivas y participativas ha conseguido aumentar la motivación y la percepción ante la materia, de modo que las matemáticas han llegado a ser más divertidas, encontrando el punto de vista creativo y lúdico en las mismas. A partir de un ambiente distendido, se ha conseguido que el alumnado esté más dispuesto a participar sin primar la competitividad inherente al grupo. El trabajo cooperativo ha supuesto una innovación fructífera ya que han empezado a valorar y respetar la opinión de sus compañeros, además de cohesionar más la clase.

INDICE

INDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

1 INTRODUCCIÓN

¿Son tan difíciles las matemáticas? ¿Qué sucede en los institutos para que ésta sea una de las asignaturas más suspendidas? ¿Es posible disfrutar aprendiendo matemáticas?

Se da la paradoja de que, en nuestra sociedad, a la matemática se le atribuye un elevado valor de cambio y un escasísimo valor de uso: se admite que es un instrumento imprescindible para determinadas profesiones, en general bien remuneradas y un medio, por tanto, para acceder a un buen puesto de trabajo; pero casi no se tiene en cuenta su valor formativo, el enriquecimiento intelectual y estético que conlleva su estudio. Y "la enseñanza de las matemáticas, tanto escolar como universitaria, se resiente gravemente de esta visión mercantilista. Porque lo que se busca es únicamente que los estudiantes adquieran determinadas destrezas operativas, no que alcancen una comprensión profunda de su objeto de estudio". (Frabetti, 2008)

Este trabajo pretende reivindicar la existencia de métodos didácticos innovadores que ayuden a que esta asignatura deje de ser tildada de difícil y poco divertida. Las matemáticas se han de enseñar, comprender y han de sorprender.

Para ayudar a los alumnos a entender los conceptos matemáticos hay que llevar el aprendizaje por el camino de una comprensión que procure el propio descubrimiento, y no por los caminos, tan fáciles como débiles y falsos, de la mecánica. Ir por el camino de la comprensión, un requisito fundamental en el pensamiento matemático, es "tener en cuenta los condicionantes de cada alumno (etapa de desarrollo, conocimientos previos…) y crear, como profesores, las condiciones didácticas, materiales, metodológicas, que antepongan la comprensión a la respuesta dictada o la mecánica aprendida". (Canals, 2008)

La mejora educativa implementada en la unidad de "Progresiones y sucesiones" en 3º de ESO pretende que el alumno toque las matemáticas a partir de ejemplos-maquetas manipulables, sea partícipe de relatos y videos, y juegue de modo interactivo con la finalidad de realizar su propio descubrimiento por canales diferentes a los habituales.

Dotar de significado a la matemática es el gran reto que debemos afrontar para una innovación didáctica que permita hallar satisfacción en su aprendizaje. Y eso se consigue cuando uno mismo descubre la necesidad de su uso para aprender y comprender los hechos de la vida; pero, también, para hacerse comprender o para poder explicarse. "Es a partir de esta intercomunicación, que requiere el dominio de su simbología específica pero arbitraria, que se podrá conquistar la comprensión semántica de las matemáticas y, por lo tanto, se podrá hallar el sentido de lo que son y para lo que sirven". (Callís citado por Biniés, 2008).

La incorporación de relatos o historias para que aprendan ciertos conceptos también es muy fructífero. Como indica Frabetti (2009),"tanto los individuos como los pueblos, en su infancia, aprenden mediante relatos. Por eso, las culturas primitivas expresan y transmiten su visión del mundo mediante mitos y poemas épicos". Para ellos no constituyen un mero entretenimiento, sino una forma de poner orden en su cabeza y de explicar la realidad. Al oír contar los cuentos, consolidan los conocimientos adquiridos, a la vez que comprueban su capacidad de estructuración de la información. La sabiduría popular es consciente de ello y por eso, junto a las leyendas, las fábulas, los cuentos maravillosos, los chistes y los proverbios, ha inventado la matemática recreativa.

Y la propia historia de las matemáticas es una fuente inagotable de anécdotas y de relatos tan fascinantes como instructivos. Contarles a los alumnos, por ejemplo, de qué forma Gauss, en su infancia, resolvió en escasos segundos el problema de sumar los cien primeros números, es la mejor introducción a las progresiones aritméticas, además de constituir un excelente ejemplo de "pensamiento lateral".

La metodología utilizada en este proyecto de mejora educativa es conocida como investigación-acción. La investigación educativa consiste en el conjunto de estudios y análisis sistemáticos de cualquiera de los elementos constitutivos de la realidad educativa. Estos estudios se elaboran con el propósito de producir conocimientos que contribuyan a la mejora de la educación, del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Tal y como indica Albaladejo y otros (2011), la investigación educativa posee la capacidad de adaptarse y evolucionar respondiendo a las exigencias del mundo educativo y también puede influir sobre el propio sistema educativo propiciando su transformación innovadora.

La investigación educativa permite:

- Dar respuesta a la necesidad de conocer y mejorar una determinada realidad educativa.
- Innovar en educación y analizar los resultados y eficacia de dichas actuaciones para avanzar en la mejora de los resultados educativos.
- Formular juicios de valor sobre la situación estudiada (evaluación), y establecer las causas que inciden sobre ella (diagnóstico). Esto facilita poder intervenir para potenciar, modificar y mejorar las situaciones educativas.
- Tomar decisiones y, en su caso, generalizar conclusiones que puedan estar afectando por igual a muchos sujetos o situaciones.
- Valorar el grado en que se alcanzan determinados objetivos educativos.

Estructura del Trabajo Final de Máster

El Trabajo Final de Máster que se presenta se centra en el análisis de la implementación de actividades innovadoras en la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones en una clase de excelencia de 3º de ESO en el IES El Caminàs de Castellón de la Plana. Está estructurado en dos documentos claramente identificados: la memoria TFM, en la que se describe todo el proceso de investigación-acción realizado, y un anexo con el conjunto de documentos que han servido de apoyo formal y justificativo del trabajo.

La memoria del Trabajo Final de Máster está formada por siete apartados. En el primero de ellos, se realiza un análisis previo de la situación tanto del contexto físico, como del alumnado, de la problemática y del marco teórico en la que se sitúa. Seguidamente, se realiza una justificación del trabajo mediante el apoyo del plan de acción propuesto, analizando los objetivos y metodología a seguir. El tercer punto describe detalladamente la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones, en la que se han implementado las actividades innovadoras objeto de estudio en el curso de 3º de ESO. En este apartado se analizan los objetivos, competencias, temporalización, contenidos, actividades y metodología haciendo especial énfasis en la transversalidad, atención a la diversidad así como un análisis de la evaluación. Seguidamente, se realiza un estudio de los resultados y, tras una reflexión de los mismos, se plantean unas mejoras a considerar. El punto final del TFM son las conclusiones y una valoración reflexiva personal acerca de la experiencia de mejora educativa objeto de estudio. Por último, se hace referencia a la bibliografía consultada para la elaboración de toda la base teórica y práctica de la totalidad del documento.

2 ANÁLISIS PREVIO

2.1 CONTEXTUALIZACIÓN

EL CENTRO EDUCATIVO

El plan de acción de este TFM de mejora educativa se ha desarrollado durante las ocho semanas de prácticas en el IES El Caminàs de Castellón de la Plana.

El IES El Caminàs está situado en las afueras de dicha ciudad. Se ubica en el límite urbanizado Este, tangente a la Ronda Este y muy cercano a la Avenida Hermanos Bou, eje que comunica la ciudad de Castellón con el Grao, su parte costera.

Figura 1. Acceso al IES El Caminàs

Es un instituto de gran tamaño, con 1408 alumnos y 138 profesores. En él se realizan los estudios de ESO y Bachiller, correspondiendo un 40% del total del alumnado, y también ciclos formativos (60% del alumnado). Las familias de los ciclos que están en activo son: Administración y gestión, Comercio y márqueting, Informática y comunicaciones y Cerámica. Dado su amplio abanico de cursos, dicho centro tiene tres turnos de funcionamiento: el diurno, el vespertino y el nocturno.

En 2º, 3º y 4º de ESO hay grupos de atención a la diversidad, con profesorado especializado. Las actuaciones que determinan la política de atención a la diversidad son el programa

Integra, aplicado al 2º cuso de ESO, el Programa de Diversificación curricular en 3º y 4º curso de ESO, el Programa de Compensación Curricular, también en 4º curso, y el Programa de Apoyo a Secundaria, que es una actuación complementaria del programa de compensación educativa que evita, en la medida de lo posible, que los alumnos estén en la calle en horario laboral de los tutores.

Dada la variedad de oferta educativa y sobre todo, en cuanto a ciclos formativos se refiere, la procedencia de los alumnos es muy diversa. Mientras que los alumnos de educación secundaria obligatoria y bachillerato proceden mayoritariamente de los barrios próximos, ya que tienen adscritos los colegios Blasco Ibáñez y el colegio Fadrell, los alumnos de ciclos formativos no tienen una procedencia geográfica definida, pues proceden de distintos lugares de Castellón y de provincia. También es muy variada la situación socioeconómica y cultural de los alumnos; todo ello hace de este instituto, un centro educativo heterogéneo, plural y abierto.

El IES El Caminàs está en un Contrato Programa con la Consellería de Educación que les concede la posibilidad de flexibilizar los grupos de alumnos, tal y como sucede en el curso objeto de estudio de esta unidad didáctica.

EL ALUMNADO

El proyecto se implementa en el tema de Progresiones y sucesiones en 3º de ESO en el Instituto El Caminàs de Castellón. La clase está compuesta por 14 alumnos, de los cuales 12 son chicas y únicamente hay 2 chicos. La mayoría de ellos, exceptuando cuatro de dichos alumnos, tiene características de excelencia en sus calificaciones.

Según las indicaciones de la profesora de matemáticas del IES, es un grupo muy correcto y muy pendiente de las buenas calificaciones, aunque no preguntan muchas dudas y la clase acaba siendo de tipo magistral. En ocasiones se agradece la actuación puntual de alguna alumna, no tan sobresaliente, comentando alguna duda o relacionando conceptos.

Existe una competitividad creciente y una incipiente pérdida de cohesión. A partir del período de observación, de las indicaciones dadas por la profesora y mediante un cuestionario inicial (*Anexo 1*) realizado al alumnado se detecta que éste no disfruta de las clases de matemáticas, mostrándose tenso y muy pendiente de conseguir el máximo resultado. No asocian, en absoluto, la creatividad con las matemáticas, pensando que es una materia abstracta y con poca relación con la realidad.

CARACTERÍSTICAS PSICOLÓGICAS DE LOS ADOLESCENTES DE 3º ESO (15 AÑOS)

La adolescencia es un periodo de cambios, tanto físicos como psicológicos, donde los jóvenes se afianzan como personas y establecen sus relaciones con los demás y con su familia. Es un periodo muy crítico donde el adolescente puede tomar caminos diferentes, en función de la educación que reciba.

Según Palacios (1999), citado por Álvarez, (2010), las características básicas del desarrollo psicológico del adolescente se pueden resumir en:

- Notables cambios corporales.
- Autoafirmación de la personalidad.
- Deseo de intimidad.
- Descubrimiento del yo y del otro sexo.
- Aparición del espíritu crítico.
- Cambios intelectuales.
- Oposición a los padres.
- Notable emotividad.

Desde el punto de vista cognitivo, se producen grandes cambios intelectuales. La teoría genética de Piaget (1988) determina que en la adolescencia, a partir de los 14-16 años se empieza a razonar de una forma más compleja. El desarrollo de la inteligencia operativa-formal, la mayor flexibilidad del pensamiento, la posibilidad de contemplar un mayor número de alternativas a las situaciones, incide de forma directa en la formación de una identidad personal.

Desde el punto de vista afectivo, en esta edad se produce una integración social más fuerte en el grupo de compañeros, comenzando a su vez el proceso de emancipación familiar. En el adolescente se empiezan a configurar sus primeros estilos y opciones de vida, empieza a tener ideas propias y actitudes personales.

El curso de las relaciones sociales durante la adolescencia está vinculado a otros procesos evolutivos que sólo por abstracción cabe aislar, y que, en la realidad de las personas, se producen de manera conjunta y, por lo general, integrada. Sobre todo se vincula estrechamente al desarrollo de la personalidad. Importantes elementos evolutivos de la identidad personal tienen componentes de relación social; y las relaciones sociales, a su vez, desempeñan un papel de génesis de esa misma identidad. (Álvarez, 2010).

EL PROFESORADO

A partir de una encuesta realizada al alumnado (*Anexo 2*) preguntándole acerca de la percepción que tiene sobre el profesorado del IES, las conclusiones que se han extraído son muy favorables (*Tabla 1*). La mayoría del alumnado muestra una percepción del ambiente en clase distendido, óptimo para un aprendizaje correcto. Valoran muy positivamente la proximidad del profesorado, y que les resuelvan las dudas con exactitud. El profesorado les proporciona las posibilidades de conocer y comentar los exámenes y se implica, en general, para saber si están entendiendo lo que explica.

Los puntos peor valorados, aunque de modo muy leve, y que han sido objeto de mejora en este proyecto de innovación, son que la mayoría del profesorado no realiza preguntas estimulantes en clase, la escasa participación en la misma y una falta de diálogo sobre la marcha de las clases.

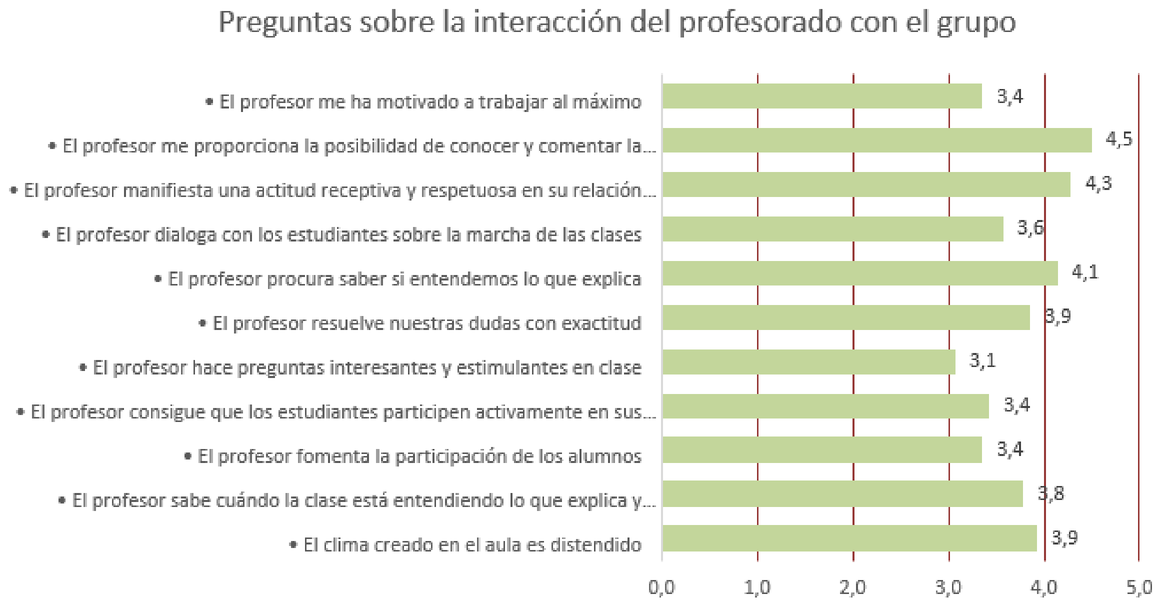


Tabla 1. Cuestionario currículum oculto

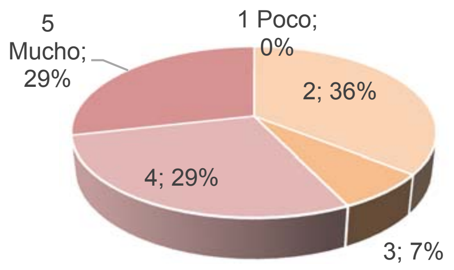
2.2 RECOGIDA DE INFORMACIÓN

La obtención de datos para determinar el problema se ha basado en la observación del desarrollo de las clases durante el primer período del prácticum, en las conversaciones con la profesora de matemáticas, en la visión de mi compañera de prácticas y en conversaciones informales con los propios alumnos y un cuestionario inicial realizado en la primera sesión de prácticas (ver *Anexo 1*).

A partir de dicho test, además de formalizar el contrato didáctico entre profesor y alumno, se pretendía saber la opinión que tiene el alumnado acerca de las matemáticas, la tipología de trabajo más adecuada, la evaluación de la misma y si consideraban que eran divertidas. También se les preguntaba sobre las actividades que les gustan más y aspectos a mejorar en las clases de dicha materia.

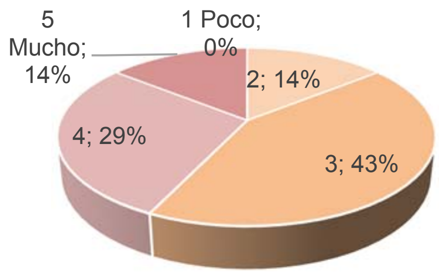
Las conclusiones extraídas de dicho cuestionario se pueden resumir con los aspectos comentados de la *Tabla 2*, que se muestra a continuación.

Relación Matemáticas - Realidad



Indica la relación de las matemáticas con la realidad

Matemáticas más participativas



Me gustaría hacer más actividades participativas

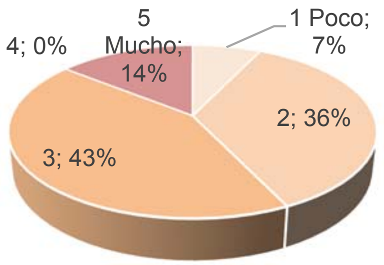
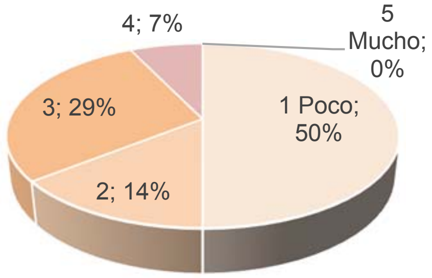
Resultan interesantes las matemáticas	Matemáticas divertidas
	
El contenido de la asignatura me parece interesante	*Indica en qué grado las clases de matemáticas son divertidas*

Tabla 2. Análisis estadístico de cuestionario inicial

El alumnado no acaba de percibir una clara relación de la realidad con las matemáticas. En este análisis se muestra la disparidad de opiniones al respecto, produciéndose más de un tercio de las opiniones (36%) que consideran que tienen muy poca relación y otros dos tercios que indican que tiene algo (29%) o mucha (29%) relación.

La totalidad del alumnado, en mayor o menor grado, desearía unas clases de matemáticas más participativas, siendo los porcentajes de opinión muy significativos (14%+29%+43%).

A pesar de que la mayoría del alumnado piensa que las matemáticas son interesantes, éste no considera en absoluto que dicha materia sea divertida. Los resultados del análisis de la encuesta sorprenden muchísimo ya que un 50% mantiene que son poco divertidas y tan sólo un 7% piensa que lo son bastante, siendo nula la valoración de muy divertidas.

2.3 PROBLEMÁTICA

La metodología docente utilizada por la profesora de matemáticas actual es correcta y muy experimentada, con un alto dominio de los contenidos y una actitud muy próxima al alumnado, tal y como se concluye del cuestionario del *Anexo 2*. Realiza las clases de tipo magistral muy dinámicas, con alguna pregunta interactuando con el alumnado y refuerza la práctica mediante la corrección de los ejercicios en la pizarra haciendo salir a los alumnos.

A pesar de ello, el alumnado critica la falta de participación en clase, el deseo por una materia más amena, además de observarse una falta de relación de las matemáticas con la realidad y con la creatividad, tal y como puede observarse en la *Tabla 2*. Las dinámicas utilizadas son muy repetitivas con la participación constante de los mismos alumnos, convirtiéndose pues, en una dinámica estática.

Se evidencia la necesidad de una motivación del alumnado enfocada a una mayor diversión, con unas clases más distendidas y participativas, otorgándoles el papel protagonista que reivindican en el cuestionario inicial de opinión (ver *Anexo 1*), permitiéndoles trabajar en grupo para afianzar los nexos de amistad y no focalizar el objetivo único en las buenas calificaciones.

Además, el alumnado también demanda una clara explicación de todos los aspectos a evaluar, con la finalidad de enfocar sus esfuerzos a actividades determinadas. La profesora no utiliza la rúbrica de evaluación como método para que el estudiante entienda porqué razón ha obtenido determinada calificación o darle información para saber dónde está y saber qué puede hacer para avanzar en su proceso de aprendizaje.

2.4 MARCO TEÓRICO

Generalidades

Tal y como indica Alsina y Domingo (2010), “en España existe un desequilibrio entre las orientaciones internacionales y nacionales respecto al currículum de matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria y lo que ocurre en las aulas. A pesar de estos referentes, el profesorado de matemáticas continúa tendiendo a impartir clases expositivas, con ejemplos y ejercicios, y dejan poco espacio para que los estudiantes construyan de manera colectiva e individual el significado matemático, como señalan Planas (2002) y Reeuwijk (1997), entre otros.”

La perspectiva sociocultural del aprendizaje humano, que se fundamenta en las aportaciones de Vygotsky (1978), permite abordar la problemática expuesta con el objeto de hallar posibles soluciones. Los rasgos más característicos de esta perspectiva del aprendizaje son, de forma muy sintética, que el aprendiz construye y comprende sus conocimientos en un contexto social y cultural a través de la interacción, la negociación y el diálogo; que el pensamiento intelectual depende de la construcción autorregulada del conocimiento, y que va de un proceso inter-psicológico a un proceso más intra-psicológico (Alsina, 2010).

Domingo (2004) elaboró diversos protocolos para la enseñanza de contenidos matemáticos, apegándose a los parámetros de la perspectiva sociocultural. Estos protocolos se implementaron a un grupo de estudiantes de 3° y 4° de ESO (14 a 16 años) y se analizó su grado de eficacia. Los resultados demostraron que los alumnos que aprendieron matemáticas con los protocolos aumentaban significativamente el grado de motivación y la memoria comprensiva en comparación con los que aprendían los mismos contenidos de manera tradicional.

Idoneidad didáctica

Godino y su equipo exponen que la idoneidad didáctica de un método para la enseñanza de las matemáticas se define en función del grado con el que resulta adecuado para su puesta en práctica en el aula. La idoneidad se estudia a través de la reflexión sobre sus diferentes componentes: epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo y ecológico (Godino, Batanero y Font, 2007). A continuación, se describe el objeto de análisis de cada uno de los componentes, según el EOS; en algunos casos se usan aportaciones concretas de otros autores para estudiar e interpretar los grados de idoneidad de los diferentes componentes.

Según exponen Alsina y Domingo (2010), existen cinco tipos de idoneidad a tener en cuenta:

1. Idoneidad epistémica. La idoneidad epistémica es el grado de representatividad que tienen los significados institucionales implementados o pretendidos respecto a un significado de referencia. Desde el punto de vista de las matemáticas y su aprendizaje es necesario analizar qué contenidos matemáticos aparecen y con qué frecuencia; asimismo, cuál es el modelo implícito que se asume en una actividad o pequeño grupo de actividades.

2. Idoneidad emocional La idoneidad emocional concierne al grado de implicación (interés o motivación) del alumnado en el proceso de estudio. Está relacionada con los factores que dependen de la institución y con los que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa. Hay diversos trabajos que han centrado su objeto de estudio en la idoneidad emocional. Por ejemplo, en España los estudios de Gómez–Chacón (1998, 2000) señalan que las matemáticas producen ansiedad a muchos alumnos. Con frecuencia, este componente emocional negativo tiene su origen en la forma de enseñar matemáticas, por lo cual es necesario valorar los aspectos que van más allá de lo cognitivo al evaluar la adecuación de un método, especialmente si va dirigido a estudiantes de ESO. En esta misma línea, otros elementos a considerar son el auto-concepto del alumno y su confianza respecto a las matemáticas.

3. Idoneidad cognitiva. Vygotsky (1978) señala que la idoneidad cognitiva expresa el grado en que los significados pretendidos o implementados están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos. Vygotsky distinguió la zona de desarrollo real de la zona de desarrollo potencial, y llamó zona de desarrollo próximo a la distancia entre ambas. Para este autor, el papel del profesor consiste en proporcionar la ayuda ajustada y contingente al alumno dentro de la zona de desarrollo próxima para que pueda alcanzar la zona de desarrollo potencial.

4. Idoneidad interaccional. Planas e Iranzo (2009) señalan que uno de los principios fundamentales para la enseñanza de las matemáticas consiste en promover la interacción entre el alumnado durante la clase de matemáticas. Si se identifica la práctica matemática con hacer cálculos o aprender procedimientos de memoria en un entorno individualizado será muy difícil comprender en qué consiste el aspecto comunicativo de las matemáticas. En cambio, si se conciben las matemáticas como una actividad de planteamiento y resolución de problemas que propicie la comunicación, discusión y validación de sus soluciones, la situación cambia. La comunicación adquiere un papel central en la adquisición de conocimientos.

5. Idoneidad mediacional. La idoneidad mediacional alude al grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

6. Idoneidad ecológica. Hace referencia al grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.

Investigación-acción

Este proyecto se basa en el método de investigación-acción, el cual ha proporcionado las pautas necesarias para planificar, actuar, observar, reflexionar y volver a planificar de nuevo siguiendo la espiral metodológica para conseguir una mejora en la actividad docente.

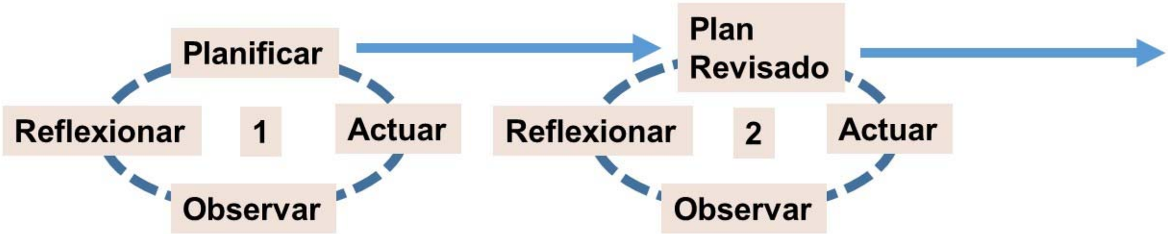


Figura 2. Espiral de investigación-acción

Según Latorre (2003), se trata de una metodología en la que el profesorado realiza una familia de actividades con la finalidad de mejorar el desarrollo curricular, su auto-desarrollo profesional, los programas educativos, los sistemas de planificación o la política de desarrollo. Estas actividades tienen en común la identificación de estrategias de acción que son implementadas y, más tarde, sometidas a observación, reflexión y cambio. Se considera como un instrumento que genera cambio social y conocimiento educativo sobre la realidad educativa, proporcionando autonomía y poder a quienes la realizan.

Para Kemmis y McTaggart, citados por Latorre (2003), los principales beneficios de la investigación-acción son la mejora de la práctica, la comprensión de la misma y la mejora de la situación en la que tiene lugar la práctica. La investigación-acción se propone mejorar la educación a través del cambio y aprender a partir de las consecuencias de los cambios.

El propósito fundamental de la investigación-acción no es tanto la generación de conocimiento como el cuestionar las prácticas sociales y los valores que las integran con la finalidad de explicitarlos. Es un poderoso instrumento para reconstruir las prácticas y los discursos. Por tanto, son metas de la investigación-acción:

- Mejorar y/o transformar la práctica social y/o educativa, a la vez que procurar una mejor comprensión de dicha práctica.
- Articular de manera permanente la investigación, la acción y la formación.
- Acercarse a la realidad: vinculando el cambio y el conocimiento.
- Hacer protagonistas de la investigación al profesorado.

Pring, citado por Latorre (2003), señala cuatro características significativas de la investigación-acción:

- Cíclica, recursiva. Pasos similares tienden a repetirse en una secuencia similar.
- Participativa. Los clientes e informantes se implican como socios, o al menos como participantes activos, en el proceso de investigación.

- Cualitativa. Trata más con el lenguaje que con los números.
- Reflexiva. La reflexión crítica sobre el proceso y los resultados son partes importantes de cada ciclo.

Material manipulable

Tal y como señala González-Marí (2010), "los recursos y el material didáctico proporcionan experiencias individuales irrepetibles, que conducen a procesos genuinos de construcción de conocimientos en los que se producen aprendizajes significativos, relevantes y totalmente situados, que dan lugar a situaciones cognitivas más avanzadas y a estados más completos de comprensión de los conocimientos correspondientes."

Los recursos y materiales didácticos se emplean en educación matemática con tres objetivos diferentes: para favorecer la adquisición de rutinas, para modelizar ideas y conceptos matemáticos y para plantear y resolver problemas.

Los recursos y materiales didácticos permiten modelizar conceptos e ideas matemáticas y, por tanto, permiten trabajar con ellas, analizar sus propiedades y facilitar el paso hacia la abstracción de estos conceptos e ideas, lo que de otra manera sería una tarea difícil, abstracta y árida. Proporcionan una fuente de actividades matemáticas estimulantes y suficientemente atractivas como para que cambie positivamente la actitud de los alumnos hacia las matemáticas, además de permitir que los alumnos realicen actividades de forma autónoma. También proporcionan un buen entorno donde plantear situaciones-problema. Con ellos, se pueden adaptar las actividades a cualquier nivel y a cualquier grupo de alumnos, respetando las diferencias individuales y permiten el trabajo en grupo, lo que posibilita la colaboración, el debate y el diálogo entre alumnos y con el profesor. Los recursos y materiales didácticos suponen buenos instrumentos para diagnosticar y evaluar la comprensión de conocimientos matemáticos.

Según González-Marí (2010), para que los recursos y el material manipulable produzcan los efectos deseables, es necesario que se cumplan una serie de condiciones:

- El profesor debe tener un conocimiento exhaustivo del material didáctico y sus posibilidades.
- El profesor debe estar convencido de que su uso facilitará el aprendizaje, a medio y largo plazo.
- Se deben utilizar de forma sistemática y, sobre todo, planificada. Si se utiliza de forma esporádica, su influencia en el aula será nula o mínima, puesto que no se tomarán en serio y serán vistas como sólo un juego.

Cabe remarcar también que, dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, el Decreto 112/2007 también pone en valor la utilización de recursos manipulables, tal y como se describe a continuación:

"La utilización de recursos manipulables que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable (…) donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida de la observación de objetos físicos…"

3 PLAN DE ACCIÓN

Analizada la situación y la problemática presentadas, se realiza un plan de acción basado en criterios consensuados con el departamento de Matemáticas del IES El Caminàs, con mi tutora y con mi tutor de TFM.

Las principales decisiones han sido las siguientes:

- Conseguir, a pesar de la brevedad de la experiencia en prácticas, la mayor proximidad posible con el alumnado para tener un ambiente distendido y que adquieran una rápida confianza.
- Conseguir la máxima atención y no perderla, utilizando los recursos innovadores.
- Buscar la relación de las matemáticas con la realidad, con el fin de ayudarles a que aprendan desde fuera de clase.
- Dinamizar las clases, haciéndolas más participativas para volver a cohesionar el grupo, tal y como demandaban los alumnos en el cuestionario inicial.
- Reducir las clases magistrales.
- Cohesionar el grupo y menguar la competitividad entre ellos.

Para favorecer el aprendizaje significativo de conocimientos matemáticos se ha considerado una metodología basada en los siguientes aspectos, los cuales se han utilizado en las actividades de la unidad didáctica, tal como consta en las *Tablas 10-19* del apartado 4.4:

- El discurso deductivo: El procedimiento deductivo sitúa a los estudiantes en un contexto en el que el profesor asume que "saben más de lo que en este momento son capaces de hacer". A partir de tal premisa, en su intervención pedagógica, el profesor hace que surja el conocimiento previo del alumnado a partir de preguntas-guía, y les ofrece ayudas para que llegue, individual o colectivamente, a resolver la tarea. Se trata, básicamente, de propiciar prácticas de indagación que activen estrategias de inferencia y deducción.
- La interacción: La educación es un proceso de reciprocidad, donde se entiende que enseñar implica conversar. En la dinámica interactiva que fundamenta una conversación destacan los deseos, intenciones y comportamientos de los participantes a lo largo de un intercambio que va conjugando las distintas aportaciones individuales en un constructo compartido.
- El libro de texto: Se prescinde del libro de texto, sustituyéndose por material realizado por la profesora en prácticas, tales como fichas de Fibonacci y Gauss, maqueta de la sucesión de Fibonacci, tableros de ajedrez para realizar la experiencia del inventor del ajedrez, tangram geométrico, videos…
- El material manipulable: La manipulación no es un valor educativo restringido a las primeras edades y propio de una educación matemática iniciática. La eficacia de la educación tiene que ver, en cualquier edad, con la satisfacción del aprendiz hacia las tareas que se le proponen. El uso de materiales beneficia tal satisfacción. Con todo, debe considerarse que, aunque se trata de una condición necesaria, no es suficiente; además, edades diferentes requieren usos distintos de los materiales. En la práctica

innovadora de este trabajo se ha prestado especial interés a este aspecto, realizando unas sesiones con material manipulable que ha conseguido una aproximación didáctica interesante, además de afianzar los conceptos teóricos mostrados.

- Los relatos: Contar historias relacionadas con el tema para introducir los nuevos conceptos es una técnica ancestral para provocar al alumno y que sitúe las matemáticas en una situación más próxima a la realidad. Son historias de sucesos matemáticos que se alejan de la sesión magistral y crean un ambiente más distendido, como si de un juego se tratara. La sorpresa final de la historia, o del problema hecho relato, hace que tome todavía más fuerza y lleve al alumno a interesarse por conocer más sobre el tema tratado.

  En este trabajo de innovación se han introducido varios relatos para introducir los diferentes apartados de las sucesiones que han garantizado una atención y motivación indispensables como punto de partida de la materia.
- El trabajo en grupo: El aprendizaje será más rico si cada estudiante puede compartir y completar sus conclusiones con las del resto de compañeros, además de fomentar el compañerismo y la tutoría entre iguales.
- Las inferencias inductivas y deductivas: Hacer una matemática "desde abajo hacia arriba" permitirá partir de casos concretos y del entorno, así como realizar un proceso de abstracción hacia hechos más generales con la mediación del profesor.

En la unidad didáctica, descrita en el apartado 4, se evidencia de modo más detallado todo el plan de actuación.

3.1 JUSTIFICACIÓN DEL TRABAJO

La metodología docente observada en el aula de 3ºA está muy experimentada y con un alto dominio de los contenidos. La profesora de matemáticas es una excelente profesora, muy cercana a los alumnos y se implica mucho en el buen funcionamiento de las clases. A pesar de ello, y sobre todo en este caso objeto de estudio, el alumnado demanda una mayor participación y actividad en clase, criticando la clase magistral y la falta de diversión y relación de matemáticas con la creatividad y la realidad, tal y como queda reflejado en el *Anexo 1* y en la *Tabla 2*. En ninguna de las clases habituales de esta materia utilizan ningún tipo de recurso TIC, así como ningún material didáctico de apoyo.

Al ser un grupo de excelencia, la falta de estos recursos no les supone una disminución de la motivación frente a la asignatura, ya que la finalidad última de casi todo el alumnado es conseguir la máxima calificación. A pesar de ello, mi trabajo se fundamenta en conseguir ir más allá de las calificaciones excelentes, intentando que las clases sean más divertidas, apoyadas con recursos innovadores que les ofrezcan una visión más lúdica y creativa de la matemática, comunicándoles la sorpresa y un interés por la transversalidad con otras materias. Mi pretensión es que encuentren las matemáticas divertidas y su clara relación con la realidad.

El tema de Progresiones y sucesiones conduce a la explicación recurrente de Fibonacci y, a la vez, ésta nos lleva al concepto de número áureo, que tiene un sorprendente paralelismo con la naturaleza, el arte, la arquitectura, el diseño gráfico…que puede suponer un aliciente extra en un alumnado desmotivado por la rapidez de las clases y por la falta de relación entre matemática y realidad.

Mediante las actividades propuestas se ha ubicado al alumnado en un espacio relajado, cómodo y creativo óptimo para aprender a modo de juego. Lejos de las clases magistrales, basadas en un concepto memorístico, se ha conseguido crear un punto de inflexión en el que el alumno sea el protagonista y el descubridor del conocimiento de modo deductivo, motivándolo frente a conceptos arduos y poco motivadores.

4 UNIDAD DIDÁCTICA

4.1 OBJETIVOS Y COMPETENCIAS

A partir del período de observación, de las indicaciones dadas por la profesora y mediante el cuestionario inicial realizado al alumnado (*Anexo 1*) se detecta la problemática anteriormente analizada. No asocian, en absoluto, la creatividad con las matemáticas, pensando que es una materia abstracta y con poca relación con la realidad, tal y como indican los resultados analizados en la *Tabla 2*.

OBJETIVOS

Los objetivos específicos que se pretenden alcanzar en la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones mediante este proyecto de mejora educativa son los siguientes:

- Relacionar los conceptos de sucesiones y progresiones con la vida real.
- Aprender todos los contenidos del tema de progresiones y sucesiones: término general, suma de términos, producto, recurrencia, suma con $|r|<1$…
- Aprender a partir de material didáctico manipulable, ofreciendo una clara atención a la diversidad.
- Aprender de forma lúdica, fomentando la creatividad.
- Aprender conceptos de cultura general relacionados con la matemática, haciendo que el alumno consiga adquirir conocimientos básicos interdisciplinares.
- Desarrollar habilidades de trabajo en equipo, a partir de actividades interactivas en gran grupo y pequeño grupo.
- Estimular el aprendizaje y modificar positivamente las actitudes hacia el aprendizaje de la matemática.

COMPETENCIAS

A partir de las características identificativas de la clase de 3º de ESO en la que he tenido que implementar la unidad didáctica de Progresiones, redactadas en los apartados anteriores, se ha aplicado una didáctica innovadora dentro de la metodología de investigación-acción basada en el material manipulable, recursos TIC, relatos-historias de motivación, y en el trabajo en pequeño y gran grupo fomentando el cooperativismo, trabajando el mayor número de competencias posibles.

Según el Decreto 112/2007, de 20 de julio, por el que se establece el currículum de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Valenciana, se ha de prestar una atención especial al desarrollo de las competencias básicas, iniciadas en la educación primaria, y que el alumno tendrá que haber adquirido al finalizar la enseñanza obligatoria.

Estas competencias descritas en el Anexo I del Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, son las siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística (C1)
2. Competencia matemática (C2)
3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico (C3)
4. Tratamiento de la información y competencia digital (C4)
5. Competencia social y ciudadana (C5)
6. Competencia cultural y artística (C6)
7. Competencia para aprender a aprender (C7)
8. Autonomía e iniciativa personal (C8)

La innovación, tanto de las actividades como de los materiales didácticos utilizados en las clases, ha servido para que el alumno desarrolle el mayor número de estas competencias posibles, propiciando unas clases dinámicas, amenas y muy interactivas que han fomentado la construcción del conocimiento.

1. <u>Competencia en comunicación lingüística (C1)</u>
   Esta competencia se refiere a la utilización del lenguaje como un instrumento de comunicación oral y escrito. El hecho de exponer sus ideas, comunicarse, conversar y dialogar con el resto de alumnos, ya sea en pequeño o en gran grupo, es muy enriquecedor ya que son capaces de defender sus ideas y opiniones desde el respeto. Mediante las actividades en pequeño grupo heterogéneo, de tres alumnos, y las de gran grupo se ha trabajado dicha competencia.

2. <u>Competencia matemática (C2)</u>
   La innovación en las clases de la unidad didáctica de “Progresiones y sucesiones” pretende reforzar esta competencia. Todos los contenidos están orientados para la adquisición de los conocimientos, habilidades y actitudes propios del razonamiento matemático, a la comprensión de argumentos y a la comunicación en el lenguaje matemático. Todos ellos han de integrarse para ser funcionales y útiles en la resolución de problemas en la vida real, respondiendo a la demanda inicial del alumnado (ver *Anexo 1*).

3. <u>Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico (C3)</u>
   Se pretende, como idea principal, que el alumno relacione las matemáticas con la realidad, con la finalidad de que la interactuación con el mundo físico le suponga una base firme para el conocimiento de la materia. La mayor parte de las actividades y relatos explicados siguen esta vinculación con la realidad, suponiendo un apoyo

interesante para el alumnado y produciendo en él un cambio de opinión (*Anexo 1*, *Anexo 12* y *Tabla 20*).

4. Tratamiento de la información y competencia digital (C4)

   La proyección de videos, juegos y ejercicios interactivos, tanto en clase como para practicar en casa, hace que el alumno adquiera mayor motivación ante el tema de Progresiones al identificar dicho material innovador como más próximo a sus intereses fuera del aula.

5. Competencia social y ciudadana (C5)

   Esta competencia permite vivir en sociedad, comprender la realidad social del mundo y ejercer la ciudadanía democrática en una sociedad cada vez más plural. Mejorar en dicha competencia supone ser capaz de relacionarse con los otros, aceptar sus diferencias, siendo tolerante y aceptando sus valores, creencias, culturas e historia personal y colectiva de los demás.

   A partir del trabajo en equipo y de las actividades interactivas y participativas, se ha pretendido que el alumnado adquiera dicha competencia y se consiga cohesionar el grupo, tan desestructurado por la competitividad. Mediante el sentimiento de pertenecer a un grupo heterogéneo y trabajando para el bien del propio equipo, han fomentado estas actitudes. Mediante la comparación de opiniones acerca del trabajo en equipo antes y después de la experiencia implementada (*Tabla 22*) se observa la clara aceptación de esta nueva metodología.

6. Competencia cultural y artística (C6)

   La expresión artística y cultural es muy importante para el desarrollo de cualquier asignatura, ya que el alumno debe enfatizar y poner en valor tanto su expresión artística como la del mundo que le rodea.

   Mediante el trabajo de maquetas de sucesiones, tangrams geométricos, fichas de matemáticos destacados y videos en los que se ha mostrado la relación de la sucesión de Fibonacci y el número áureo con el arte, la naturaleza y la arquitectura, el alumno ha trabajado dicha competencia.

7. Competencia para aprender a aprender (C7)

   Esta competencia implica ser consciente del proceso de aprendizaje, ser capaz de continuar aprendiendo de forma eficaz y autónoma de acuerdo con los propios objetivos y necesidades.

   Es fundamental que el alumno adquiera autonomía y tome consciencia de su protagonismo en el proceso de aprendizaje para garantizar un futuro independiente en el estudio. Mediante las actividades propuestas el alumnado puede ver guías de aprendizaje distinto a las metodologías tradicionales.

8. <u>Autonomía e iniciativa personal (C8)</u>
   Se parte de la necesidad de que el alumno desarrolle habilidades intelectuales basadas en el pensamiento crítico y científico. La adquisición de dicha competencia implica ser creativo, innovador, responsable y crítico en el desarrollo de proyectos individuales o colectivos.
   Dicha competencia se trabaja en gran parte de las actividades de la unidad, con la finalidad de que el alumno gane en confianza y autonomía personal.

Las actividades innovadoras implementadas en la unidad didáctica de Progresiones (*Anexo 6*) se relacionan con las competencias básicas, según el siguiente cuadro resumen:

ACTIVIDADES	**COMPETENCIAS A DESARROLLAR**							
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
ACTIVIDAD 1 Gran grupo. "Adivina qué numero sigue"	■	■	■		■		■	■
ACTIVIDAD 2 Material didáctico: "Maqueta Fibonacci"		■	■			■	■	
ACTIVIDAD 3 Individual. Indicar que investiguen sucesiones en la realidad. Investigación "Veo, veo… ¿qué ves? ¡Una sucesión!"	■	■	■	■	■	■	■	■
ACTIVIDAD 4 Relato-historia. Experiencia infantil de GAUSS	■	■	■			■	■	
ACTIVIDAD 5 Grupos de 3. "Crucigrama sucesiones"	■	■	■		■		■	
ACTIVIDAD 6 Audiovisual: "Progresiones y sucesiones"		■	■	■		■	■	
ACTIVIDAD 7 Grupos de 3. Lectura de la "Historia del Rey Sheram y del inventor del ajedrez" y resolución mediante tablero y lentejas.	■	■	■		■	■	■	
ACTIVIDAD 8 Individual. Tangram geométrico.		■	■			■	■	■
ACTIVIDAD 9 Gran grupo. Juegos informáticos "MathixSuccessions" y "Thatquiz"	■	■	■	■	■		■	
ACTIVIDAD 10 Audiovisual: "Fibonacci y el número áureo"		■	■	■		■	■	
Recomendación lectura "El diablo de los números"		■	■			■	■	■

Tabla 3. Competencias de las actividades

El objeto de este TFM es estudiar la utilidad de dichas actividades, en tanto mecanismos de introducción-ampliación de conocimientos y como herramientas para mejorar la relación tan competitiva y poco cohesionada del grupo.

4.2 TEMPORALIZACIÓN

LUNES 13/04	MARTES 14/04	MIÉRCOLES 15/04	JUEVES 16/04	VIERNES 17/04
TEST INICIAL		PROGRESIONES ARITMÉTICAS	EXAMEN DE TEMA ANTERIOR	
INTRODUCCIÓN		DEFINICION		
DEFINICIÓN DE SUCESIONES Y SUCESIONES RECURRENTES		OBTENCION DEL TÉRMINO GENERAL		
LUNES 20/04	MARTES 21/04	MIÉRCOLES 22/04	JUEVES 23/04	VIERNES 24/04
PROGRESIONES ARITMÉTICAS		PROGRESIONES GEOMÉTRICAS	PROGRESIONES GEOMÉTRICAS	
RELACION DE TERMINOS		DEFINICION P.G.	PRODUCTO	
SUMA DE LOS TERMINOS DE UNA P.A.		COMPARACION P.A. Y P.G.	SUMA DE LOS TERMINOS DE UNA P.G.	
		TERMINO GENERAL P.G.	ASISTENCIA A TUTORÍA 3ºA	
LUNES 27/04	MARTES 28/04	MIÉRCOLES 29/04	JUEVES 30/04	VIERNES 01/05
PROGRESIONES GEOMÉTRICAS		CORRECCIÓN EJERCICIOS ARITMÈT. Y GEOMÈTRICAS	CORRECCIÓN EJERCICIOS ARITMÈT. Y GEOMÈTRICAS	
SUMA DE LOS TERMINOS DE UNA P.G. $\lvert r\rvert<1$				
TABLA RESUMEN FORMULAS				
LUNES 4/05	MARTES 5/05	MIÉRCOLES 6/05	JUEVES 7/05	VIERNES 8/05
SIMULACIÓN EXÁMEN AUTOEVALUACIÓN		CORRECION DE EJERCICIOS Y DUDAS	EXAMEN	
LUNES 11/05	MARTES 12/05	MIÉRCOLES 13/05	JUEVES 14/05	VIERNES 15/05
ENTREGA DE NOTAS		Periodo observación tema Funciones	Periodo observación tema Funciones	
REVISION ERRORES COMUNES			ASISTENCIA A TUTORÍA 3ºA	

Tabla 4. Temporalización de la unidad didáctica

DESGLOSE TEMPORALIZACIÓN

SEMANA 1

1_LUNES 13/04			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
TEST INICIAL			Cuestionario inicial
INTRODUCCIÓN	Lluvia de ideas Ejemplos en la pizarra. Conejos de Fibonacci.		**Act 1.** Individual "Adivina qué numero sigue"
DEFINICIÓN DE SUCESIONES Y SUCESIONES RECURRENTES	Etiqueta a_n, Término		
	Término general		
	Regla de formación		
	Sucesiones recurrentes		**Act 2.** Material didáctico: "Maqueta Fibonacci"
	Mandar ejercicios	Pág. 146: 35, 39, 40, 42	**Act 3.** Individual. Indicar que busquen o inventen sucesiones. Investigación "Veo, veo… ¿qué ves? ¡Una sucesión!"

2_MIÉRCOLES 15/04			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
PROGRESIONES ARITMÉTICAS			**Act 3.** Investigación "Veo, veo… ¿qué ves? ¡Una sucesión!"
	Definición progresión aritmética		
	Propiedades		
	Obtención del término general	Problema del alquiler de una bicicleta	
	Mandar ejercicios	pág. 138: 15, 16,17. pág. 147: 46, 50, 52, 53 pág. 150:94	

Tabla 5. Desglose temporalización semana 1

SEMANA 2

3_LUNES 20/04			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
PROGRESIONES ARITMÉTICAS	Relación de términos	Ejercicio pág. 137, nº14	
	SUMA de los n términos en una progresión aritmética		**Act 4.** Relato. Experiencia infantil de GAUSS
			Act 5. Grupos de 3. "Crucigrama sucesiones"

4_MIÉRCOLES 22/04			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
PROGRESIONES GEOMÉTRICAS	Corregir ejercicios proyectados		
	Definición progresión geométrica		
	Comparación progresiones aritmética y geométrica		
	Propiedades Comprobación geométrica		
	Término general		
	Practicar		Ejemplo doblar hoja de papel 50 veces
			Ejemplo de las amebas
	Mandar ejercicios	pág. 148: 73, 77 (a,b),80 pág. 150: 98	

5_JUEVES 23/04			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
PROGRESIONES GEOMÈTRICAS			**Act 6.** Video-fórum "Progresiones y sucesiones, SM"
	PRODUCTO (Paralelismo con Sn de aritmética)		
	DEDUCCIÓN SUMA de los n términos en una progresión geométrica		Ejercicio El Secreto por WhatsApp
	Mandar ejercicios	pág. 149: 83, 84, 92. pág. 150: 95, 96, 97	
TEST VALORACION PROFESORADO IES			Cuestionario evaluación del profesorado IES por parte del alumnado

Tabla 6. Desglose temporalización semana 2

SEMANA 3

6_LUNES 27/04			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
PROGRESIONES GEOMÈTRICAS |r|<1			**Act 7**. Grupos de 3. Lectura de la Historia del Rey y del Ajedrez y resolución.
	SUMA delos términos de una PR. GEOMÉTRICA |r| < 1		Salto de la rana Pág. 150:102
	Tabla resumen de fórmulas		
	Corregir ejercicios pizarra		
	Mandar ejercicios	Pág. 148: 68, 69, 70, 71	

7_MIÉRCOLES 29/04			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
CORRECCIÓN EJERCICIOS ARITMÈT. Y GEOMÈTRICAS			**Act 8**. Individual. Tangram geométrico.
	Corregir ejercicios pizarra		
	Mandar ejercicios	Pág. 150: 99, 101, 105	

8_JUEVES 30/04			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
CORRECCIÓN EJERCICIOS ARITMÈT. Y GEOMÈTRICAS			**Act 9.** Juegos informáticos “Mathix Successions” y “Thatquiz”
	Corregir ejercicios		
			Act 10. Video-fórum “Fibonacci y el número de oro”
	Resolución de dudas para el examen		

Tabla 7. Desglose temporalización semana 3

SEMANA 4

9_LUNES 04/05			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
SIMULACIÓN EXÁMEN AUTOEVALUACIÓN			Recomendación lectura “El diablo de los números”

10_MIÉRCOLES 06/05			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
CORRECCIÓN EJERCICIOS ARITMÈT. Y GEOMÈTRICAS			
TEST FINAL			Cuestionario final

11_JUEVES 07/05			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
EXAMEN			
	Recoger ejercicios puntuación extra		

Tabla 8. Desglose temporalización semana 4

SEMANA 5

12_LUNES 11/05			
TEMAS	CONCEPTOS	EJERCICIOS	ACTIVIDADES
ENTREGA DE NOTAS Y REVISIÓN DE ERRORES MÁS COMUNES			

Tabla 9. Desglose temporalización semana 5

En el *Anexo 3* se adjunta un diario de la planificación de las diferentes sesiones implementadas con un análisis y reflexión de las mismas para mejorar prácticas futuras.

4.3 CONTENIDOS

Los contenidos de la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones, desglosados según sean conceptuales, procedimentales o actitudinales son los siguientes:

CONTENIDO CONCEPTUAL

Sucesión:

- Sucesiones recurrentes.

Progresión aritmética:

- Término general de una progresión aritmética.
- Suma de n términos de una progresión aritmética.

Progresión geométrica:

- Término general de una progresión geométrica.
- Suma y producto de n términos de una progresión geométrica.
- Suma de los infinitos términos de una progresión geométrica de razón menor que la unidad.

CONTENIDO PROCEDIMENTAL

- Deducir e identificar una sucesión y determinación, si es posible, del término general.
- Reconocer las progresiones aritméticas y geométricas, en contextos reales.
- Calcular el término general y de la suma de n términos de una progresión aritmética o geométrica.
- Obtener un término cualquiera conociendo el primer término y la diferencia o razón.
- Obtener el producto de n términos de una sucesión geométrica.
- Calcular la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica de razón menor que la unidad.

CONTENIDO ACTITUDINAL

- Confianza en las capacidades propias para resolver problemas.
- Sensibilidad y gusto por la presentación clara y sistemática de los cálculos realizados.
- Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad de los lenguajes numérico, gráfico y geométrico para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones.
- Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas planteados.

4.4 ITINERARIO Y DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES

En la mayoría de las sesiones se ha realizado alguna actividad innovadora, acompañando, reforzando o incluso sirviendo de incitación deductiva para el nuevo concepto a conocer, tal y como puede observarse en la *Tabla 4* de temporalización y en el desglose de las actividades en las *Tablas 10-19* que a continuación se presentan.

El material que se ha utilizado es muy variado, dependiendo del concepto a reforzar. Se han utilizado juegos deductivos, maquetas como material manipulable matemático, ejemplos reales de la naturaleza, videos, un tangram geométrico, tableros de ajedrez y juegos de ordenador interactivos.

La totalidad del material manipulable lo he realizado yo misma, ya que mi formación anterior me ha permitido hacerlo fácilmente, haciendo uso de la creatividad personal.

En el *Anexo 6* se describen más detalladamente cada una de las actividades, así como las fichas de apoyo para su correcta implementación. En cada una de ellas se realiza una descripción, con los objetivos, contenidos, competencias, metodología, materiales, temporalización y desarrollo. Además, en el *Anexo 5* también se adjunta la rúbrica que ha servido de pauta para la correcta calificación de las actividades.

SESIONES DE INTRODUCCIÓN

En las clases de introducción de Progresiones y sucesiones se han propuesto las actividades siguientes (*Tablas 10-12*), con la finalidad de motivar, deducir conceptos e investigar ejemplos de sucesiones en la vida real.

SESION	1	13/04/15 (20 MIN.)
ACTIVIDAD 1	**“Adivina qué número sigue…”**	
DESCRIPCIÓN	Se escribirá en la pizarra una serie de sucesiones y los alumnos tendrán que deducir el término que sigue en cada una de ellas (ver *Anexo 6.1*).	
INNOVACIÓN	Al ser una actividad planteada a modo de juego en gran grupo, el alumnado se muestra receptivo y participativo ante conceptos que todavía no conoce, siendo este procedimiento fundamental para introducir el tema y aumentar la motivación y la deducción de la idea general de la unidad didáctica. Ha dado muy buenos resultados, ya que ha sido un inicio de sesión y de unidad didáctica muy dinámica y que ha supuesto una buena base de motivación para el alumnado. Además, ha ayudado a crear un ambiente distendido como primer contacto profesora en prácticas-alumnado.	
METODOLOGÍA	Deductiva en gran grupo del concepto general de sucesión.	

Tabla 10. Actividad 1

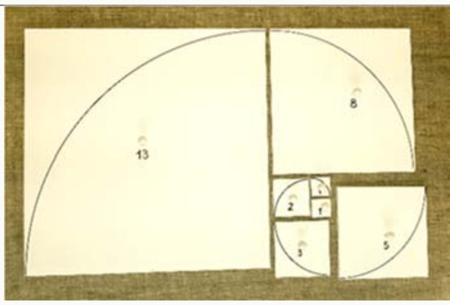
SESION	1	13/04/15 (20 MIN.)
ACTIVIDAD 2	**Maqueta Fibonacci / Piña con espirales dibujadas**	
DESCRIPCIÓN	La profesora en prácticas llevará una maqueta en la que se observarán la sucesión de Fibonacci representada geométricamente mediante cuadrados de cartón-pluma. Se inscribe la espiral logarítmica. También se utilizará una piña con las espirales de las escamas de los dos sentidos pintadas para observar la sucesión de Fibonacci en la Naturaleza. (ver *Anexo 6.2*)	
INNOVACIÓN	 Se propone una actividad de visualización de la sucesión de Fibonacci mediante la maqueta, que los alumnos manipularán, asumiendo el concepto de recurrencia y la espiral logarítmica. Mediante este recurso innovador manipulable se ha conseguido una motivación extra en el concepto de sucesión recurrente. El alumnado ha valorado positivamente dicho recurso, quedando patente en la contestación 100% correcta de la pregunta 2 del ejercicio previo al examen (*Anexo 11.1*).	
METODOLOGÍA	Material manipulable/ didáctico. En gran grupo.	

Tabla 11. Actividad 2

SESION	2	15/04/15 (20 min)
ACTIVIDAD 3	**“Veo, veo… ¿qué ves? ¡Una sucesión!”**	
DESCRIPCIÓN	Se planteará una actividad para realizar en casa y exponer en clase. Se trata de que investiguen posibles casos de progresiones y sucesiones en la vida real, con el apoyo de internet, si es necesario. En la siguiente sesión, en clase, explicarán oralmente los distintos ejemplos que existen y el resto de alumnos tendrán que averiguar el término que sigue (ver *Anexo 6.3*).	
INNOVACIÓN	Mediante esta actividad de investigación el alumnado realiza una labor autónoma que fomenta la autoformación y la relación de las matemáticas con la realidad. Esta actividad ha sido muy útil porque cada alumno ha realizado la investigación en campos en los que siente interés y motivación, llegando a tener ejemplos de música, de formatos de papel, de deportes… El alumno es el protagonista absoluto de dicha actividad y, este hecho, ha sido motivador y ha conseguido una gran participación del resto de la clase, al tener que adivinar los términos que continuaban en las sucesiones investigadas.	
METODOLOGÍA	Investigación. Individual y en gran grupo.	

Tabla 12. Actividad 3

CONCLUSIONES ACTIVIDADES INTRODUCCIÓN

En todas las actividades introductorias de la unidad didáctica de Progresiones y sucesiones (ver *Tablas 10-13* y *Anexo 6*), la totalidad del alumnado se ha mostrado muy participativo y sorprendido por las características lúdicas de las actividades. Al final de la primera sesión en la que se realizaron las actividades de “Adivina qué número sigue” y la aproximación didáctica mediante el material de maqueta de la sucesión de Fibonacci y la piña, tras mi pregunta sobre si tenían alguna duda, me sorprendió la respuesta que dieron: lo habían entendido todo, los alumnos contestaron que era imposible no entender la materia dada con la nueva metodología aplicada. Habían disfrutado mucho.

Fue muy gratificante ver que las actividades de introducción al tema habían funcionado, consiguiendo una predisposición muy motivada y una alta participación en gran grupo, intuyéndose una próxima cohesión de grupo.

SESIONES DE DESARROLLO

A lo largo del desarrollo de la unidad didáctica se van realizando actividades de entrenamiento y afianzamiento de los conceptos correspondientes a Progresiones aritméticas y geométricas (término general, relación entre términos, suma, producto…) y de suma de infinitos términos cuando |r|<1, por lo que también se les ha introducido el concepto de límite.

Para ello, se han implementado las actividades descritas en las *Tablas 13-17*, que a continuación se describen:

<table>
<tr><td>SESION</td><td>3</td><td>20/04/15 (20 min)</td></tr>
<tr><td>ACTIVIDAD 4</td><td colspan="2">Experiencia infantil de Gauss.</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="2">Escenificación de la situación que propone el problema y lo soluciona.</td></tr>
<tr><td>INNOVACIÓN</td><td colspan="2"> A partir del relato teatralizado de la experiencia en la infancia de Gauss, apoyado con una ficha resumen (ver Anexo 6.4), se ha conseguido una atención completa y una expectativa fundamentada hasta el final de la misma. Ha supuesto un aliciente para su seguimiento y comprensión, contrastado claramente con el éxito de las respuestas del último ejercicio del examen (Anexo 11.2).</td></tr>
<tr><td>METODOLOGÍA</td><td colspan="2">Relato-historia.</td></tr>
</table>

Tabla 13. Actividad 4

<table>
<tr><td>SESIÓN</td><td>3</td><td>20/04/15 (20 min)</td></tr>
<tr><td>ACTIVIDAD 5</td><td colspan="2">Crucigrama de sucesiones</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="2">Se trata de una prueba rápida de sucesiones numéricas. Han de indicar el número que sigue la sucesión propuesta en cada línea y el término general (ver Anexo 6.5).</td></tr>
<tr><td>INNOVACIÓN</td><td colspan="2"><table><tr><td>6</td><td></td><td>20</td><td>27</td></tr><tr><td></td><td>41</td><td>48</td><td></td></tr></table>Mediante esta actividad se ha iniciado una serie de actividades con la metodología de grupos cooperativos, nunca practicada por el alumnado hasta ahora. Ha funcionado muy bien y han ofrecido muy buenos resultados en los ejercicios, además de una motivación extra para aquellos alumnos más rezagados. El alumnado ha valorado muy positivamente todas las actividades en grupo realizadas en el cuestionario final (Anexo 12).</td></tr>
<tr><td>METODOLOGÍA</td><td colspan="2">Juego deductivo del término general en una progresión aritmética.
Material manipulable. Pequeño grupo de 3 alumnos.</td></tr>
</table>

Tabla 14. Actividad 5

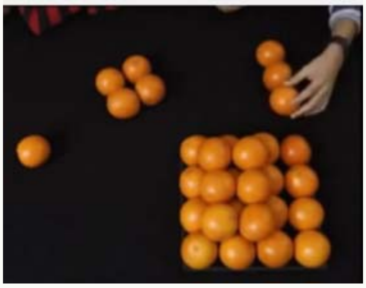
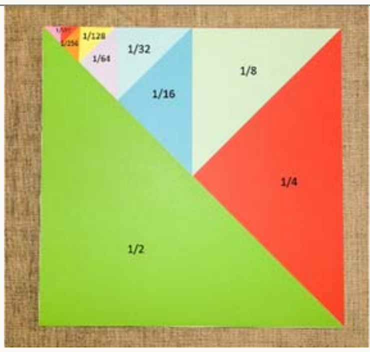
SESIÓN	4 23/04/15 (5 min)
ACTIVIDAD 6	**Proyección audiovisual “Progresiones y sucesiones”**
DESCRIPCIÓN	Ver el video de Progresiones en clase (*w2*) y, posteriormente, comentar qué les ha parecido (ver *Anexo 6.6*).
INNOVACIÓN	 Bajar las persianas para proyectar en la televisión en clase ya tiene un aliciente extra, puesto que no están acostumbrados a realizar actividades como ésta. Todo el alumnado se ha mantenido atento y curioso ante los conceptos de sucesiones y progresiones del recurso audiovisual. En él se mostraban muchos ejemplos reales de sucesiones que ha ayudado, de nuevo, a remarcar esta relación.
METODOLOGÍA	Video-fórum. En gran grupo.

Tabla 15. Actividad 6

SESIÓN	5 27/04/15 (20 min)
ACTIVIDAD 7	**“Historia del rey Sheram y el inventor del ajedrez”**
DESCRIPCIÓN	Se les cuenta la anécdota del rey Sheram y el inventor del ajedrez, pero sin desvelar la solución. A partir de un tablero de ajedrez pueden hacer la simulación de la progresión geométrica con lentejas. Se les plantean dos apartados: la resolución del problema si fuese geométrico o aritmético. Comparación de los dos casos y puesta en común en voz alta en gran grupo (ver *Anexo 6.7*).
INNOVACIÓN	 Esta actividad en pequeño grupo se basa en la combinación del relato de una historia clásica con material manipulable. Se ha conseguido una máxima atención en la explicación del relato y un trabajo en grupo muy fructífero, dando respuestas a las preguntas de la ficha de modo correcto. El alumnado ha valorado muy positivamente la actividad en grupo, tal y como se puede observar en el cuestionario final (*Anexo 12*).
METODOLOGÍA	Relato y material didáctico. Tocar las matemáticas. Pequeño grupo de 3 alumnos.

Tabla 16. Actividad 7

<table>
<tr><td>SESION</td><td>6</td><td>29/04/15 (20 min)</td></tr>
<tr><td>ACTIVIDAD 8</td><td colspan="2">Tangram geométrico</td></tr>
<tr><td>DESCRIPCIÓN</td><td colspan="2">La profesora en prácticas llevará una maqueta en la que se observará una sucesión geométrica y tendrán que resolver unas cuestiones propuestas (ver Anexo 6.8).</td></tr>
<tr><td>INNOVACIÓN</td><td colspan="2">


El concepto de suma de una progresión geométrica y de sus infinitos términos es un concepto complicado. Para ello, se ha realizado esta maqueta-tangram para practicar de modo más lúdico estos conceptos tan arduos. Dicho material ha supuesto una motivación extra y les ha ayudado a comprender mejor el concepto, tal y como se muestra en las contestaciones del ejercicio realizado (ver Anexo 6.8).</td></tr>
<tr><td>METODOLOGÍA</td><td colspan="2">Material didáctico. Deducción de suma geométrica y de la suma de infinitos términos.

Actividad individual.</td></tr>
</table>

Tabla 17. Actividad 8

CONCLUSIONES ACTIVIDADES DE DESARROLLO

En las actividades situadas en el desarrollo de la unidad didáctica (*Tablas 13-17* y *Anexos 6.4-6.8*), el alumnado se ha mostrado muy participativo dentro del propio grupo y a la hora de dar respuesta en voz alta.

Las actividades en grupo, tales como la resolución de los crucigramas y la experiencia del ajedrez, han sido de mayor aliciente para la mayoría de los alumnos (ver *Anexo 12*: cuestionario final), a diferencia del Tangram, que se ha planteado de modo individualizado. A pesar de no estar habituados a trabajar en grupos cooperativos, el funcionamiento de los equipos heterogéneos ha funcionado mejor que la implementación del ejercicio individual.

SESIONES FINALES

En las sesiones finales de la unidad didáctica se han realizado actividades de afianzamiento y resolución rápida de sucesiones (*Tablas 18-19* y *Anexos 6.9* y *6.10*) para practicar a modo de juego interactivo todo lo aprendido. Las principales actividades de conclusión son las que siguen:

SESIÓN	7	30/04/15 (10 min)
ACTIVIDAD 9	**Juego informático “Mathix- successions” y “Thatquiz”**	
DESCRIPCIÓN	En los juegos interactivos de “Mathix-Successions” y “Thatquiz” se puede participar de modo grupal en clase o, por falta de tiempo, en casa (ver *Anexos 6.9*). Se trata de dos juegos interactivos en los que el alumnado ha de descubrir cuál es el término que le sigue a una sucesión determinada.	
INNOVACIÓN	 Esta actividad introduce, de nuevo, las nuevas tecnologías en el aula pero de un modo interactivo. Supone una gran innovación porque el alumnado nunca ha practicado con juegos informáticos similares al propuesto. Ha sido muy participativo y ha supuesto una actividad muy entretenida en las últimas sesiones de la unidad. Considero esta reacción muy interesante, puesto que la atención y la sorpresa han de mantenerla de modo constante a lo largo de todas las sesiones, evitando dejar el final del tema sin motivación o actividad.	
METODOLOGÍA	Actividad interactiva con TIC’s. Actividad individual.	

Tabla 18. Actividad 9

SESIÓN	7	30/04/15 (6 min)
ACTIVIDAD 10	**Proyección audiovisual “Fibonacci y el número áureo”**	
DESCRIPCIÓN	Ver el video de “Fibonacci y la proporción áurea” (*w3*) en clase y, posteriormente, comentar qué les ha parecido (ver *Anexo 6.10*).	
INNOVACIÓN	 La proyección de un video siempre resulta innovador puesto que no están habituados a ello. Ha sido un video que concluye el tema, repasando los conceptos de recurrencia de Fibonacci y relacionándolos con la naturaleza. El alumnado lo ha seguido con mucha atención y comprensión, viéndose reflejado en las respuestas correctas de la última de las preguntas del examen (*Anexo 11.2*).	
METODOLOGÍA	Video-fórum.	

Tabla 19. Actividad 10

De no ser tan corta la experiencia, se habría propuesto la lectura de “El diablo de los números” de Hans Magnus Enzensberger, Editorial Siruela, para trabajar las sucesiones y progresiones que en él aparecen. A pesar de ello, también se les ha hecho la recomendación de su lectura por si algún alumno desea realizarla.

CONCLUSIONES ACTIVIDADES FINALES

Mediante la actividad del juego interactivo “Mathix successions” y “Thatquiz”, la parte del alumnado más interesada en los video-juegos ha mostrado una participación y motivación elevadas, que quizás no había sobresalido tanto como ahora.

Resulta muy gratificante ver cómo, al realizar actividades muy variadas, éstas se van adaptando a los intereses de la diversidad del alumnado, motivándolos y haciéndoles sentir más cómodos, además de conseguir un afianzamiento del conocimiento más firme.

4.5 METODOLOGÍA

El esquema y metodología implementados en estas sesiones no son rígidos, aunque las actividades introducidas poseen una clara temporalización, según los objetivos de las mismas. Se ha optado por realizar múltiples actividades de corta duración que permitan dinamizar las sesiones, respondiendo a los criterios de diversidad del alumnado, relacionándolas con los conocimientos previos de los mismos y que provoquen la sorpresa necesaria para mantener una atención constante.

LIBRO DE TEXTO

En el desarrollo de este proyecto de mejora educativa se utiliza el apoyo del libro de texto tan sólo para mandar los ejercicios. En ningún caso se ha visto conveniente seguir el discurso didáctico del libro porque aborda los diferentes conceptos y fórmulas de modo excesivamente abstracto, utilizando muy pocos ejemplos de la vida real.

PIZARRA

En todas las sesiones se ha tenido claro un esquema de orden de conceptos en las dos pizarras, con la finalidad de que ésta sea una plantilla de los conceptos a explicar. De este modo, se dejaba el margen izquierdo de la primera de ellas para los títulos, conceptos y esquemas a explicar ese día seguida, inferiormente, por los ejercicios a realizar en casa. De este modo, se consigue que el alumno sea consciente del esquema conceptual que se explicará, además de saber los deberes para el próximo día desde el inicio de la clase, no comentándose, como se hace habitualmente, de modo precipitado al final de la misma.

Dependiendo de los conceptos a explicar, en muchas ocasiones he aplicado la estrategia de dejar conceptos en la primera pizarra para poderlos relacionar con los de la segunda. De este modo, el alumnado realiza una comprensión óptima de los nuevos conocimientos.

El margen derecho de la segunda pizarra se ha destinado para las fórmulas de las diferentes progresiones estudiadas de modo acumulativo con el fin de garantizar su práctica y estudio.

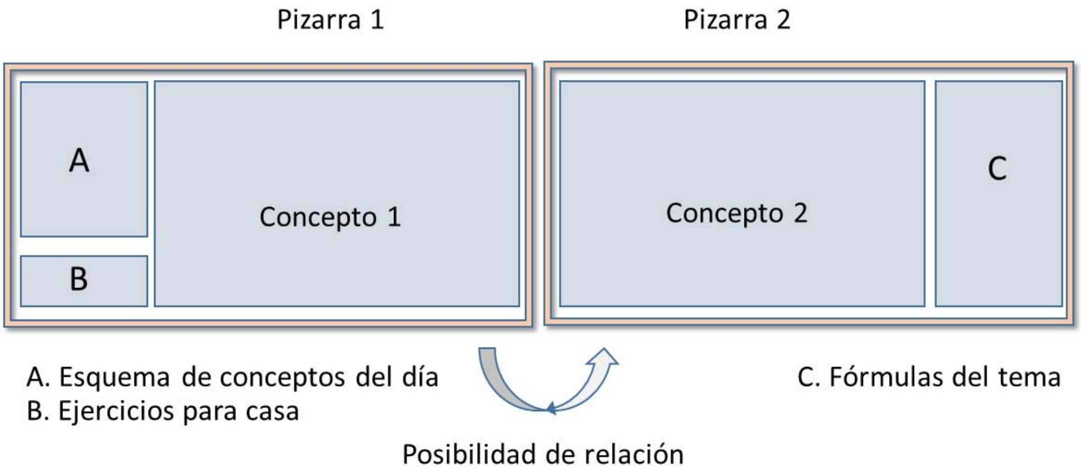


Figura 3. Esquema pizarras

MATERIAL MANIPULABLE / VIDEOS/ JUEGOS INTERACTIVOS

La propia profesora en prácticas es la que ha elaborado la totalidad del material manipulable para que confiera un apoyo de motivación en la aproximación didáctica. El material creado ha sido:

- una piña con las escamas coloreadas para comprobar su relación con la sucesión de Fibonacci (ver *Tabla 11* y *Anexo 6.2*).
- maqueta con los primeros términos de Fibonacci para que, a partir de la misma, puedan ver su relación con el número áureo (ver *Tabla 11* y *Anexo 6.2*).
- crucigramas de sucesiones aritméticas (ver *Tabla 14* y *Anexo 6.5*).
- con tableros de ajedrez impresos en dinA-3 y mediante la ayuda de lentejas, se ha propuesto un ejercicio para practicar la historia tradicional del inventor del ajedrez. A partir de él se ha resuelto el problema planteado como una progresión geométrica, pero también como una progresión aritmética con la finalidad de que reflexionen ante las dos casuísticas (ver *Tabla 16* y *Anexo 6.7*).

En un par de sesiones de la unidad se han proyectado también videos (*w2, w3*) para conseguir mayor motivación y que vean ejemplos próximos a la realidad (ver *Tabla 15* y *19* y *Anexos 6.6* y *6.10*).

En las últimas sesiones se han practicado juegos interactivos proyectados en la pantalla de clase para animarles a seguir practicando en casa (ver *Tabla 18* y *Anexo 6.9*).

EJERCICIOS

A lo largo de la unidad se han mandado ejercicios para que practiquen los nuevos conceptos en casa. A la hora de corregirlos en clase, surgía el problema del excesivo tiempo que se emplearía si se corrigiesen en la pizarra. Se llegó a una solución, consensuada con la profesora de matemáticas, de proyectar las soluciones (ver *Anexo 7*) para conferir más rapidez ya que, la tipología de alumnado lo permitía.

GRAN GRUPO

Muchas de las actividades realizadas en esta unidad, tales como las de adivinar el término que sigue, los relatos o el juego de ordenador interactivo se han realizado haciendo participar a la totalidad de la clase a modo de grupo único. Mediante la participación interactiva en gran grupo se ha conseguido una mayor cohesión de la clase, además de una nueva visión de las matemáticas como materia más divertida y lúdica, tal y como muestran los resultados de opinión de los alumnos en la *Tabla 23*.

GRUPOS COOPERATIVOS

El trabajo realizado en la mayor parte de las actividades ha sido en pequeños grupos heterogéneos de tres alumnos, acordados inicialmente con la profesora de matemáticas del IES, dado mi desconocimiento sobre las características del grupo. Así pues, se puede observar cómo en la tabla-registro de evaluación continua del profesor (ver *Anexo 4*) existe una agrupación del alumnado según esta partición heterogénea. Mediante el trabajo en equipo cooperativo, los alumnos han mostrado gran interés y motivación, consiguiendo resultados académicos muy buenos. En el cuestionario final (*Anexo 12*) también han valorado muy positivamente esta nueva metodología de trabajo, como muestran las *Tablas 26-29.*

4.6 TRANSVERSALIDAD

Uno de los problemas que encontramos en la enseñanza secundaria y en la universitaria, en general, es la excesiva especialización y la poca capacidad de relacionar conceptos de diferentes materias. La enseñanza ha entrado en el campo mercantilista, dando lugar a estudiantes con una formación rígida y demasiado homogénea. El alumno recién llegado al instituto advierte una diferencia considerable entre la didáctica general que se implementa en primaria y el excesivo número de profesores especializados que van a marcar su enseñanza obligatoria en el segundo ciclo.

Todas las materias están relacionadas entre sí y la búsqueda de la transversalidad en la enseñanza es fundamental para garantizar una aproximación didáctica adaptada a la diversidad y que garantice una cultura general, de la que tan faltos están los alumnos de hoy en día. Pontón (2015), editor y fundador de la editorial Crítica, comenta que “(…) sin cultura general, los alumnos están desarmados para afrontar el mundo y dado que la vida es tan corta, la sensación de la mayoría será de fracaso y frustración”.

La unidad didáctica de Progresiones y sucesiones permite, partir de la sucesión de Fibonacci, estudiar el número áureo con sus interminables paralelismos con otros campos del conocimiento (ver *Anexo 6.2*). Así pues, a lo largo de las sesiones de prácticas he conseguido relacionar la matemática con diferentes materias para conferir esta transversalidad tan imprescindible en la enseñanza de cualquier materia:

ARTE. PINTURA, ARQUITECTURA Y DISEÑO GRÁFICO.

He tenido especial interés en relacionar estos campos, aparentemente tan dispares, con la matemática con el fin de que consigan tener una visión más amplia de las asignaturas. El hecho de relacionar el rectángulo áureo con la Mona Lisa, con el Partenón, con las galaxias o con Twitter (ver *Anexo 6.2* y video *Anexo 6.10*) ha supuesto una nueva puesta en valor de la transversalidad de las materias, además de conseguir una motivación extra y una pérdida del concepto erróneo de la matemática como materia abstracta.

CIENCIAS NATURALES

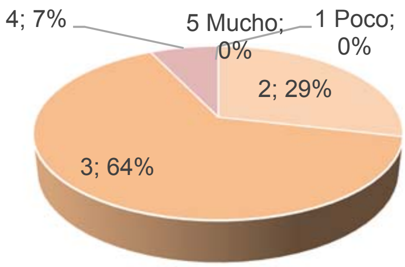
Todo el contenido de la sucesión recurrente de Fibonacci, también ha servido de excusa para relacionar este concepto con las Ciencias Naturales. Mediante los recursos audiovisuales han podido ver la sorprendente relación que existe entre las matemáticas y la forma de algunos caracoles, como el Nautilus, su relación con el número de pétalos de la mayoría de las flores e, incluso, el modo en el que se distribuyen las hojas y ramas alrededor del tallo de la planta (ver *Anexo 6.2* y video *Anexo 6.10*).

CIENCIAS SOCIALES

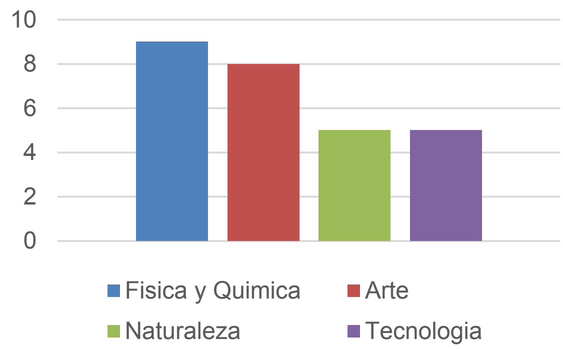
Muchas de las sucesiones investigadas por los alumnos tienen relación con el campo de las Ciencias Sociales, ya que muestran su paralelismo con estudios estadísticos de conceptos de dicha materia.

CAMBIO DE OPINIÓN DEL ALUMNADO

Transversalidad de las matemáticas.



Cuestionario inicial: Indica la relación de las matemáticas con otras asignaturas del temario



Cuestionario final. Nombra varios ejemplos en los que las matemáticas sean empleadas en otras disciplinas.

Tabla 20. Cambio opinión transversalidad matemáticas

- La opinión del alumnado acerca de la transversalidad de las matemáticas antes de la implementación de esta unidad era muy acotada (ver *Anexo 1* y *Tabla 2*). La mayoría pensaba que tenía poca relación con otras temáticas, sin prever transversalidad.
- A partir de la metodología innovadora propuesta y, mediante el estudio patente de los ejemplos del número áureo en distintos campos, se ha constatado un cambio de opinión tal y como muestra la *Tabla 20*. El alumnado relaciona las matemáticas con la Física y Química, el Arte, la Naturaleza y la Tecnología, temáticas muy dispares y que ponen de manifiesto la nueva visión de la asignatura, tal y como se puede apreciar en el *Anexo 12*: cuestionario final.
- Este cambio de percepción es fundamental para generar una visión del aprendizaje más amplia que favorecerá el conocimiento más firme de por vida.

4.7 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

La atención a la diversidad es un punto muy importante a considerar en una unidad didáctica. Las múltiples diferencias en el alumnado siempre han existido pero, tradicionalmente, se han ignorado o han derivado al alumno a otras vías formativas. Esta estrategia ha sido cuestionada en los últimos años, ya que se ha realizado un claro avance en la igualdad de derechos y oportunidades.

La atención a la diversidad es el conjunto de actividades educativas que, en un sentido amplio, intentan prevenir y dar respuesta a las necesidades temporales o permanentes de todo el alumnado de un centro y, entre ellos, a aquellos alumnos que requieren una actuación específica de factores sociales relacionados con situaciones de desventaja sociocultural, altas capacidades, de compensación lingüística, de discapacidad física o sensorial.

PREVISIÓN Y TRATAMIENTO

La clase objeto de estudio, está formada por 14 alumnos de características en su mayoría excelentes. En dicho grupo hay cuatro alumnos que muestran mayores dificultades de aprendizaje que el resto, observándose un claro empeoramiento en las notas conforme va avanzando el curso, tal y como puede observarse en los alumnos 4, 7, 11 y 12 en la tabla de comparativa de notas (*Tabla 30*). Con la finalidad de motivar y repescar a estos alumnos, se han planteado actividades de pequeño grupo, asignándoles un grupo con alumnos de altas capacidades para que se produzca un apoyo cooperativo y sus dificultades se vean mermadas por el trabajo en equipo con miembros con buen nivel. La profesora en prácticas ha seguido de modo especial en estos alumnos para que su integración y ayuda en el grupo cooperativo sea eficaz y se sienta respaldado, garantizando su autoestima y apoyo.

En todas las explicaciones teóricas se ha realizado una doble aproximación didáctica con la finalidad de conseguir la máxima comprensión por parte de la diversidad del alumnado. Así, por ejemplo, en la sesión de introducción se han explicado las sucesiones triangulares y cuadradas de modo tradicional y con el apoyo gráfico de lo que suponen (*Anexo 6.1*), además de comentar el origen pitagórico de las mismas. Mediante esta metodología se amplían todos los canales de aproximación didáctica de modo que, el alumno que no capta las ideas de un modo, puede que las adquiera por su otra vertiente.

Se utilizan métodos que tengan en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje del alumnado, favoreciendo la capacidad de aprender por sí mismos, así como el trabajo en equipo.

EJERCICIOS MULTINIVEL

Se ha ofrecido la posibilidad de entregar una serie de ejercicios de dificultad creciente con una ponderación de un 3% (*Anexo 8*). Se han presentado en tres niveles distintos de dificultad con la finalidad de que cada alumno sea consciente de su grado de conocimiento de la materia previendo una construcción del conocimiento creciente para no desanimar ni desmotivar al alumnado que no consiga llegar a niveles superiores.

AMPLIACIÓN DE CONOCIMIENTOS

Se observa que hay alumnado con características de excelencia en sus calificaciones que puede ampliar conocimientos. A ellos, se les han planteado ejercicios de ampliación extra en el aula virtual del instituto y que se encuentran adjuntos en el *Anexo 9*. Se trata de un dossier, para trabajarlo en casa, con una ampliación de conceptos y aplicaciones de la unidad didáctica de "Progresiones y sucesiones" con dificultades mayores a practicar.

4.8 EVALUACIÓN

Mediante el cuestionario inicial realizado al alumnado (*Anexo 1*) se observa que éste desearía una evaluación continua con un peso menor del examen, realizando más actividades en grupo que fueran puntuables. A partir de estas demandas, se planteó una reestructuración de la ponderación de las variables para esta unidad didáctica.

Tras la implementación de la mejora educativa en Progresiones y sucesiones se ha visto una aceptación excelente de las actividades por parte del alumnado justificadas en el cuestionario final (*Anexo 12*), favoreciendo el proceso de aprendizaje, fomentando el equipo y dando como resultados unas calificaciones con una clara mejora (*Tabla 30*). El alumnado ha valorado muy positivamente estas actividades, indicando que ha mejorado el ritmo de las clases además de su intención por repetir la experiencia (ver *Tablas 26-29*).

La evaluación que se ha realizado en este proyecto ha sido continua (ver *Anexo 4*), evaluando constantemente; global, atendiendo a todos los elementos del currículum y, formativa, a fin de poder ir realizando las modificaciones que sean necesarias para mejorar la calidad de la actividad docente, dando nueva forma al currículum.

Como puntos innovadores a considerar en el capítulo de evaluación, cabe decir que ha puesto en valor la creatividad del alumno, la re-estructuración del grupo, que relacionen las matemáticas con la realidad, obteniendo una transversalidad con otras materias como el arte o las ciencias naturales y sociales, además de introducir el factor lúdico y de manipulación con los objetos didácticos que se proponen.

A lo largo del proyecto se han tenido en cuenta diferentes procesos evaluativos:

- **Evaluación inicial:** No ha existido como tal, ya que el tema de Progresiones y sucesiones es un tema aislado y no se recurre a él en años anteriores ni posteriores. Al tratarse de un grupo de excelencia, la profesora actual no ha creído conveniente repasar sus conocimientos previos, garantizando el dominio de las ecuaciones y álgebra en general.
  En la primera sesión, se ha realizado un cuestionario inicial (*Anexo 1*) para conocer tanto la actitud del alumno frente a las matemáticas como las posibles mejoras o inquietudes en el desarrollo de las clases.

- **Evaluación formativa o continua:** a través de los ejercicios, problemas y actividades, tanto individuales como en grupo, la profesora en prácticas ha tomado nota en su hoja de registro (ver *Anexo 4*) para poder tomar decisiones de mejora mientras se desarrolla la unidad didáctica en caso necesario, así como medidas de atención a la diversidad no contempladas inicialmente.

Para la óptima realización de las actividades, se ha elaborado una rúbrica de las mismas (*Anexo 5*) para que el alumnado fuera conocedor de las pautas de corrección. Con la evaluación no se pretende evaluar solamente los contenidos alcanzados por los alumnos, sino también las actitudes y procedimientos, es decir, la actitud mostrada frente al trabajo grupal y la actividad con sus procedimientos utilizados para llevarla a cabo.

Otro instrumento de evaluación continua ha sido el propio diálogo con el alumno en el transcurso de las sesiones de dicha unidad didáctica. Mediante él, se puede comprobar fácilmente, el grado de asimilación de los contenidos y opiniones de mejora.

- **Evaluación final:** el proyecto pretende suavizar la presión de la realización de un examen final con tanto peso como el propuesto por el departamento de matemáticas del Caminàs en el segundo ciclo de ESO, que es del 90%.

  Tras analizar sus respuestas en el cuestionario inicial (*Anexo 1*), se observa que el alumnado no está de acuerdo con la ponderación establecida. Como innovación, se me ha permitido variar la ponderación de las diferentes actividades de modo que la nota final de la unidad didáctica estará formada por los bloques mostrados en la *Tabla 21*:

	Porcentaje
Examen	80 %
Actividades innovación	10 %
Actitud	10 %
Ejercicios refuerzo autoaprendizaje	3 % extra sobre la nota final

Tabla 21. Porcentajes de evaluación

La calificación de esta unidad didáctica se ha ponderado de la forma que a continuación se describe:

<u>CONTENIDOS (80%).</u> Se ha realizado un examen escrito al final del periodo de prácticas (*Anexo 11.2*) en el que se ha evaluado el nivel de conocimientos que ha adquirido el alumnado. Su valoración sobre la nota de la Unidad Didáctica es del 80%.

Lo habitual en el segundo ciclo de ESO es que el examen escrito tenga un peso del 90%, aunque en esta ocasión y, debido a la innovación de las numerosas actividades desarrolladas, se ha creído conveniente esta nueva ponderación.

Para que la prueba escrita responda a la atención a la diversidad encontrada en el aula, se han realizado preguntas de dificultad creciente. Para conseguir la calificación de 5, aprobado, ha de ser indispensable el control de los conocimientos mínimos de esta unidad didáctica. Para ello, se tendrán que conocer los patrones y manejar correctamente las fórmulas aritméticas y geométricas. En el examen también se ha planteado una pregunta de teoría de las matemáticas que enlaza con la transversalidad de conocimientos que se reivindican en este proyecto, huyendo de las preguntas mecánicas y enfatizando la competencia cultural y lingüística.

Se ha creado una rúbrica para realizar una correcta calificación del examen (*Anexo 10*), en la que se ponderan los distintos apartados y sus penalizaciones para conseguir una calificación lo más justa posible.

PROCEDIMIENTOS. ACTIVIDADES (10%) Las actividades que se han realizado durante la implementación del tema de Progresiones se han seguido a partir de un diario-registro del profesor (*Anexo 4*) y se han calificado según la rúbrica de las actividades (*Anexo 5*). Su valor es del 10% sobre la nota final de la Unidad Didáctica.

Mediante esta evaluación continua de las actividades se consigue atender a los requerimientos de la diversidad del alumnado, poniendo en valor el trabajo en grupo, la reflexión y la creatividad.

ACTITUD: (10%) Es importante que el alumnado muestre una actitud positiva frente a la asignatura, participe en clase y trabaje a diario. Dicha variable también queda registrada mediante el diario-registro del profesor con una ponderación del 10% sobre la nota de la Unidad Didáctica (*Anexo 4*). Como comportamiento actitudinal se ha considerado:

- Hacer los deberes a diario
- Exposiciones, correcciones de ejercicios en la pizarra
- Interés por la asignatura
- Atender y trabajar en clase
- Comportamiento correcto
- Asistencia a clase

REFUERZO AUTOAPRENDIZAJE (3 DÉCIMAS SOBRE LA NOTA FINAL). Se ha realizado una selección de ejercicios de dificultades crecientes, multinivel, con la finalidad de que el alumnado practique, de modo voluntario, con más ejercicios de los comentados en clase (*Anexo 8*). Tiene una puntuación de hasta 3 décimas extra a añadir a la nota final. Con ello, se pretende que el alumno vaya tomando autonomía en el trabajo y práctica y conciencia de su madurez y responsabilidad.

EJERCICIOS PARA AMPLIAR CONOCIMIENTOS. Para aquellos alumnos que deseen ampliar conocimientos acerca del tema de Progresiones y sucesiones se ha incorporado el archivo "*Quiero saber más*" en el aula virtual del instituto con ejercicios resueltos de dificultades crecientes y con muchos casos prácticos y reales (*Anexo 9*).

También se lleva a cabo una evaluación formativa del proyecto en sí para mejorar y modificar el proceso educativo para su aplicación en otras circunstancias.

Por otra parte, se realiza una evaluación interna donde se evalúan dos aspectos utilizando diferentes herramientas:

- **Evaluación del proyecto investigación-acción:** a través de los resultados obtenidos en los diferentes cuestionarios (*Anexo 12*: cuestionario final al alumnado, *Anexo 13*: entrevista tutora IES), de la toma constante de anotaciones en la hoja-registro (*Anexo 4*), a partir de las notas finales obtenidas (*Anexo 11.2*) y del diario descriptivo de las sesiones (*Anexo 3*), se puede realizar una evaluación objetiva del proyecto, con una reflexión de los puntos fuertes y débiles con la finalidad de generar las pautas de mejora para futuras implementaciones, que se detallan en el apartado 6 de este documento.
  El alumnado ha valorado positivamente (78%) los materiales de apoyo utilizados, considerando que han sido adecuados, suficientes y que han favorecido el aprendizaje de los nuevos conceptos. Así mismo, la tutora IES, mediante una entrevista realizada al final del periodo de prácticas (*Anexo 13*) y en la *Tabla de evaluación* (*Anexo 14*) también valora favorablemente la metodología, la didáctica y la adecuación de las actividades propuestas implementadas.

- **Autoevaluación del profesorado:** se trata de averiguar si la función de la profesora en prácticas ha sido adecuada y ha favorecido el transcurso de la actividad correctamente. A partir del cuestionario final que se ofrece al alumnado (*Anexo 12*), se han podido obtener datos acerca de este aspecto con la finalidad de realizar mejoras en próximas sesiones. El alumnado, en dicho cuestionario y a partir de las conversaciones informales mantenidas, opina que la profesora ha sido clara en la exposición de la unidad didáctica y que el material utilizado ha sido el correcto.
  A partir de la entrevista realizada a la tutora IES (*Anexo 13*) y mediante *Tabla de evaluación* (*Anexo 14*), en la que la profesora IES ha evaluado mi labor docente, se puede concluir una valoración muy favorable de mi tarea práctica basada en la innovación.

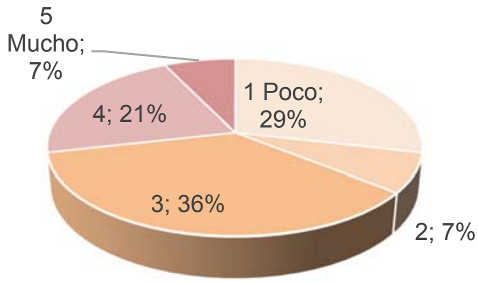
5 RESULTADOS

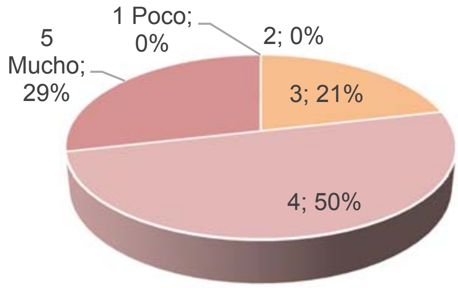
Valoración de los alumnos sobre la experiencia

A partir del registro de opiniones de los alumnos en el cuestionario final (*Anexo 12*), se pueden observar las siguientes conclusiones:

La mayor parte del alumnado se ha sentido más cómodo en las actividades realizadas en grupo (ver *Tabla 22*), tales como los crucigramas aritméticos o la actividad del inventor del ajedrez. Los videos y el juego informático del “Mathix Successions” también han tenido muy buena aceptación. La demanda del alumnado frente a actividades participativas es clara y, después de su implementación en el aula, se considera fundamental para la mejora de la cohesión del grupo, además de amortiguar el aspecto competitivo.

Matemáticas en grupo.





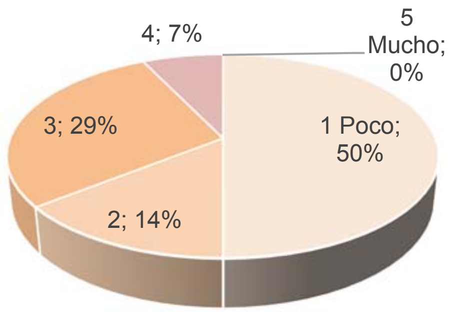
Cuestionario inicial: Me gustaría trabajar las matemáticas en grupo

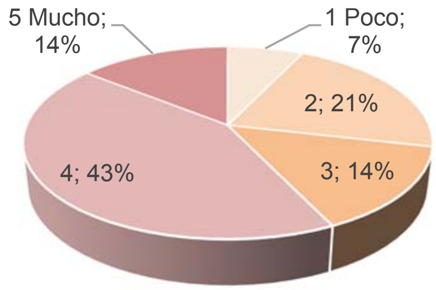
Cuestionario final: Me ha gustado trabajar las matemáticas en grupo

Tabla 22. Comparativa trabajo en grupo.

- Al inicio de la unidad didáctica los alumnos mostraban el interés expreso por trabajar las matemáticas en grupo (*Tabla 22* y *Anexo 1*). Tras la implementación de las actividades cooperativas y la nueva metodología más interactiva, muestran su alto porcentaje de satisfacción (79%, satisfecho y muy satisfecho) por haber utilizado dicha metodología (*Tabla 22*).

Matemáticas divertidas.





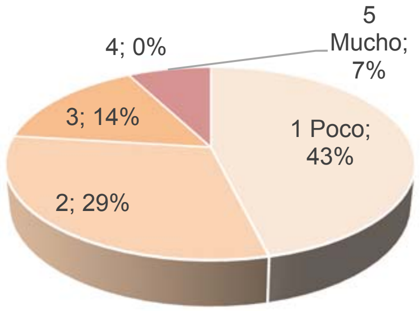
Cuestionario inicial: Indica en qué grado las clases de matemáticas son divertidas

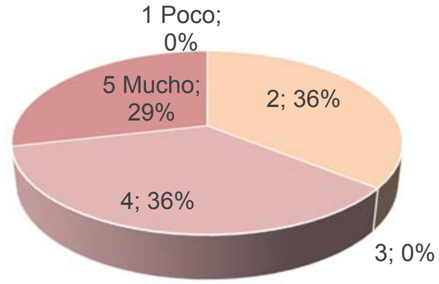
Cuestionario final: Me lo he pasado bien asistiendo a este tipo de clases

Tabla 23. Comparativa matemáticas divertidas

- A pesar de las buenas calificaciones que mostraba el grupo objeto de estudio, éste no concebía las matemáticas como una asignatura divertida (*Anexo 1*). Mediante la innovación educativa aplicada en esta unidad didáctica, se puede observar el cambio de opinión (ver *Tabla 23*), llegando a tener un 57% de alumnado que piensa que ha disfrutado asistiendo a este tipo de clases.

Relación matemáticas - creatividad





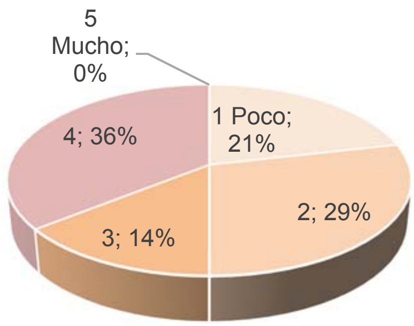
Cuestionario inicial: Indica la relación de las matemáticas con la creatividad

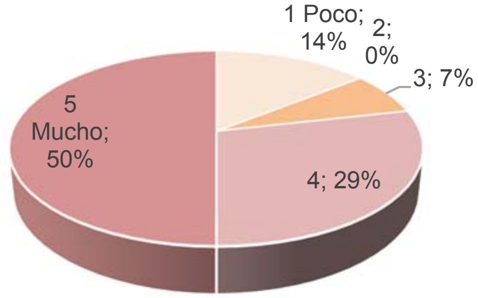
Cuestionario final: Las matemáticas están relacionadas con la creatividad

Tabla 24. Comparativa relación con la creatividad.

- El cambio de opinión que muestra el alumnado en referencia a la relación que existe entre las matemáticas y la creatividad (ver *Tabla 24*), también ha sido muy clara. Frente a un 7% inicial, se observa que,tras la implementación de esta unidad didáctica, esta opinión la comparte el 65% del alumnado.

Importancia y valoración de las actividades en la nota final.



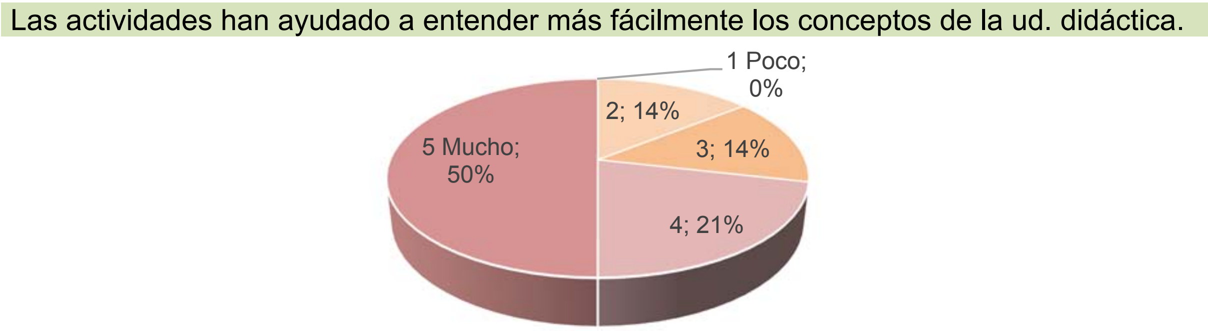


Cuestionario inicial: ¿Estás de acuerdo en que la nota del examen tenga tanto peso en la nota final de la asignatura?

Cuestionario final: Estoy de acuerdo en que se puntúen las actividades para la nota final de matemáticas y que no tenga tanto valor la del examen

Tabla 25. Comparativa valoración actividades

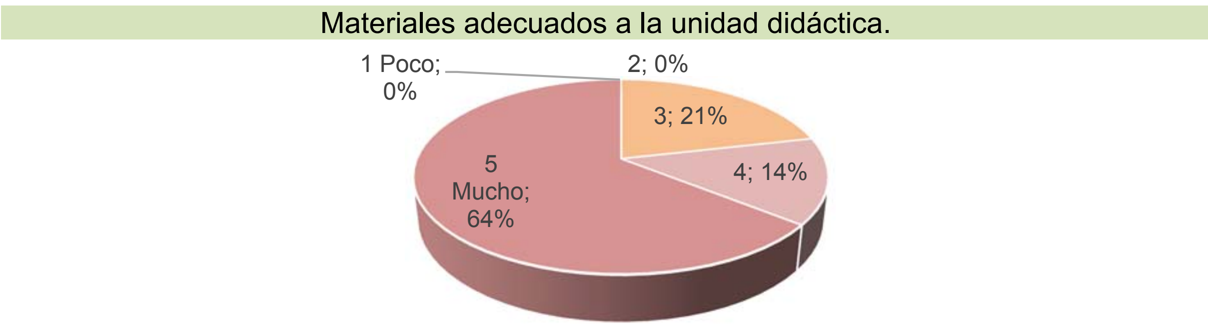
- La opinión generalizada del alumnado antes de iniciar las clases estaba bastante igualada entre aquellos que les interesaba que el examen tuviera mucho peso y los de la opinión contraria (ver *Tabla 25*). Propuesta la nueva ponderación de la unidad didáctica en la que han podido trabajar en distintas actividades, además de los ejercicios, su opinión se enfoca a que una gran mayoría desea (79%) que las actividades también puntuen, realizando una evaluación continua más compensada en el trabajo en clase.



Las actividades me han ayudado a entender más fácilmente los conceptos de la unidad didáctica

Tabla 26. Actividades y comprensión.

- Los alumnos de 3º de ESO no habían participado en ninguna clase de esta materia con actividades, limitándose siempre a escuchar la teoría y a completarla con la práctica de ejercicios en la pizarra. A partir de las actividades implementadas, con unos objetivos claramente orientados a la comprensión y afianzamiento de los nuevos conceptos, se muestra (ver *Tabla 26*) cómo un alto porcentaje del alumnado (71%) cree que éstas le han servido para entender más facilmente los conceptos de Progresiones y sucesiones.

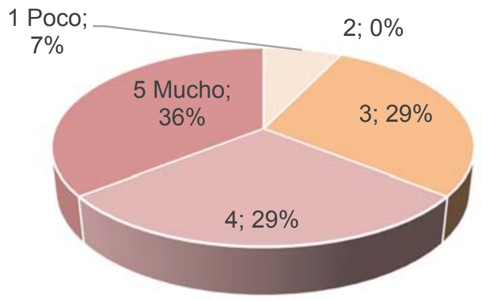


Los materiales empleados por la profesora han sido adecuados y suficientes para el estudio de la unidad didáctica

Tabla 27. Adecuación de las actividades a la unidad didáctica.

- El 78% del alumnado opina que los materiales didácticos utilizados para apoyar las actividades innovadoras han sido suficientes y adecuados para el estudio de esta unidad didáctica (ver *Tabla 27*), dejando en evidencia que el alumno reclama más vías de aproximación didáctica para conseguir una mejor comprensión de los nuevos conceptos.

Repetir esta experiencia en otras unidades didácticas



Me gustaría repetir esta experiencia con otras unidades didácticas

Tabla 28. Valoración de la experiencia.

- La valoración sobre la nueva implementación didáctica a partir de material manipulable, relatos y juegos informáticos ha supuesto para los estudiantes de 3º de ESO una experiencia muy positiva (ver *Tabla 28*). Un 65% lo valora muy positivamente, mostrando interés en su repetición en otras unidades didácticas.

Actividades que han gustado más.

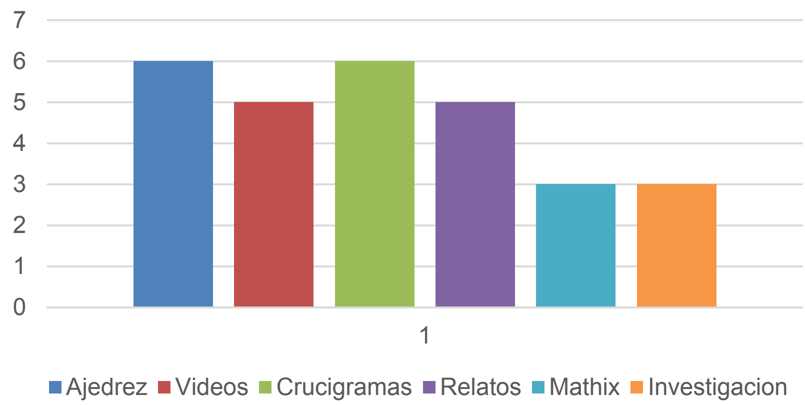


Tabla 29. Valoración de las actividades

- La aceptación de las actividades por parte del alumnado ha sido muy buena (ver *Tabla 29*). Por lo general, ha habido bastante uniformidad en cuanto a la valoración de las actividades implementadas. Han valorado muy positivamente las actividades en grupo, tanto el ajedrez, como los crucigramas. Los relatos y los videos proyectados también han tenido mucha aceptación. Las actividades menos valoradas han sido la de investigación y la del juego informático Mathix, por sus características más individualistas.

Valoración obtenida a partir de la evaluación del alumnado.

En la *Tabla 30* anexa se describe la evolución de las calificaciones de cada uno de los 14 alumnos de la clase de 3ºA, a lo largo de los dos trimestres anteriores. Seguidamente, se compara dicho dato con el obtenido con la implementación de la unidad didáctica de Progresiones, observando que la mejora de las calificaciones en la totalidad del alumnado. Aquellos alumnos con calificaciones excelentes han continuado con sus buenas notas y, además han encontrado en las actividades un punto lúdico que les ha ayudado a disfrutar de la asignatura. Por otra parte, los alumnos más rezagados han mostrado una notable mejora contrastada con las calificaciones, tanto de las actividades como del examen que pone en valor la idoneidad de la innovación implementada.

El hecho de valorar las actividades un 10% y la posibilidad de entregar ejercicios complementarios, con un valor del 3%, han apoyado la nota final constatando el interés del alumnado por las actividades propuestas cumpliendo, a su vez, con la demanda del alumnado por una ponderación distinta tal y como se observa en el cuestionario inicial (*Anexo 1*).

Se ha conseguido una homogeneización de las notas, de modo que no se observan grandes saltos de calificaciones entre el alumnado. El promedio de las calificaciones ha subido dos y un punto respecto a las notas medias de los dos trimestres anteriores, respectivamente.

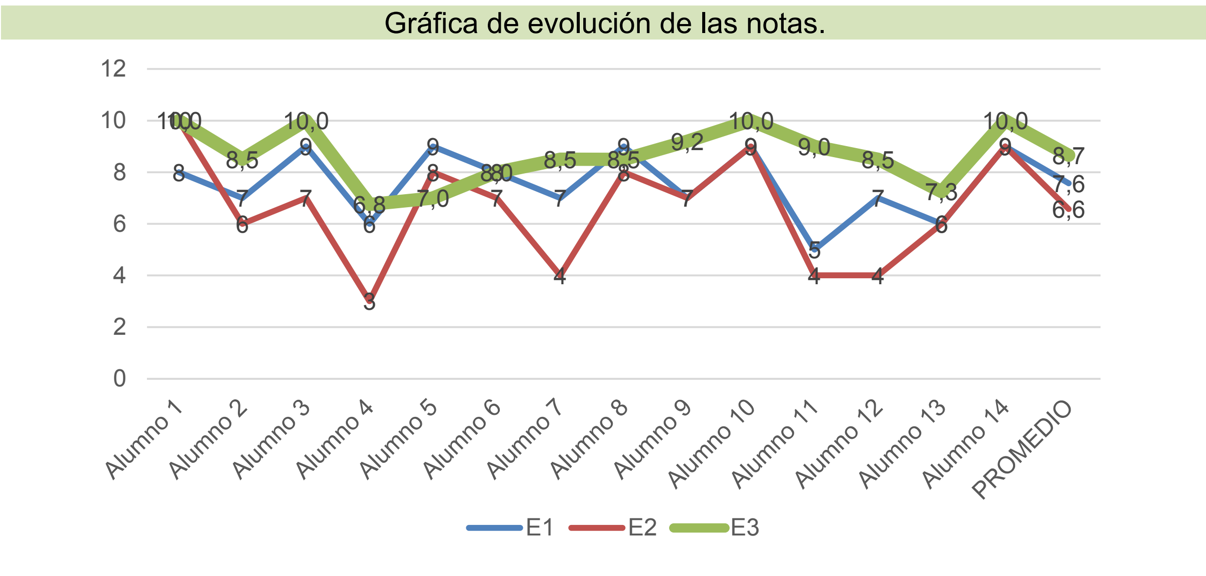


Tabla 30. Evolución notas alumnado.

Valoración de la tutora IES y de otra profesora en prácticas.

Después de cada sesión, tanto la tutora del IES, como otra compañera en prácticas comentábamos las intervenciones que habíamos realizado con la finalidad de conseguir una mejora didáctica en las siguientes clases, tal y como se puede observar en el diario de las sesiones del *Anexo 3*. En todos los casos vieron muy interesantes, de cara a la aproximación didáctica, las actividades que iba realizando, los relatos y el par de videos relacionados con la materia. Tanto en la entrevista de opinión realizada a mi tutora IES (*Anexo 13*) como en la

Tabla de evaluación de mi actividad docente (*Anexo 14*) puede concluirse la correcta adecuación didáctica de las innovaciones implementadas.

Auto-valoración

Resulta gratificante ver cómo, a partir de una metodología diferente, fomentando la participación del alumnado, dando prioridad al ambiente distendido y combinando la teoría con las actividades, se puede conseguir un cambio de opinión del alumnado acerca de la materia y su visión de ésta con la realidad y creatividad (ver *Tablas 24-25*), además de conseguir una mejora en sus calificaciones finales (*Tabla 30*) y un aumento en la motivación y disfrute de la asignatura (*Tabla 23*).

El hecho de implementar actividades y de explicar gran parte de la teoría a partir de relatos, ha dado como resultado dos aspectos interesantes a comentar. Por una parte, valorar el efecto de proximidad que ofrecen entre el alumno-profesora y la materia, tema bastante difícil de solucionar debido al escaso tiempo de la implementación de la unidad didáctica. Por otra parte, cabe decir que este tipo de clases innovadoras ha hecho que el alumno preste más atención, trabaje en equipo y descubra por sí mismo los conceptos del tema (ver *Tablas 22* y *28*), dando como resultado una notable mejora en las calificaciones (*Tabla 23*) y una incipiente mejora en la cohesión del grupo, que se sigue trabajando en las clases de tutoría.

Resultados según la metodología investigación-acción

El sistema de la investigación-acción parte de una detección de problemas que permiten realizar una planificación inicial materializada en las actividades de mejora que se han implementado en el periodo de Prácticum. Tras la recogida de datos durante todo el proceso, finaliza la fase de observación, completándose el tercer punto del ciclo de investigación-acción. Seguidamente, en el capítulo de reflexión del proceso, se emplean las opiniones del alumnado, profesora-tutora y personales, así como las valoraciones recogidas en todo el proyecto. Los resultados obtenidos son indicadores suficientes que, junto con las mejoras que se proponen el aparado siguiente, permitirán definir las actuaciones a incluir en el nuevo ciclo de investigación-acción.

6 MEJORAS A CONSIDERAR

A pesar de los buenos resultados obtenidos (ver *Tabla 23*: comparativa matemáticas divertidas, *Anexo 4*: evaluación continua y *Anexo 11.2*: examen final), tanto en las actividades como en las notas de los exámenes, es necesario hacer una reflexión y concretar las mejoras a considerar en implementaciones posteriores de esta u otra unidad didáctica según el esquema metodológico de la investigación-acción.

Mientras se realizaban las prácticas se ha escrito, de modo paralelo, un diario de las sesiones (*Anexo 3*) el cual ha permitido el análisis de la metodología implementada y que servirá de base en posibles actuaciones futuras.

También se ha realizado una entrevista con la tutora IES, a fecha de 11 de mayo de 2015 (*Anexo 13*), con la finalidad de reflexionar acerca de la metodología, de los resultados y de la repercusión que esta nueva práctica innovadora ha tenido sobre los alumnos. De ella se concluye que los alumnos siempre valoran positivamente un cambio de metodología, puesto que ofrece una innovación ante la que se muestran expectantes. Las actividades implementadas se consideran adecuadas y adaptadas perfectamente al nivel de los alumnos y a sus inquietudes, hecho que ha llevado a mantener una atención y una motivación frente a la introducción de los nuevos conceptos de Progresiones y sucesiones.

A continuación se detallan algunos aspectos a considerar como posibles mejoras.

Según Latorre (2003), para lograr el potencial total de mejora y cambio, un ciclo de investigación-acción no es suficiente. La implementación satisfactoria de un plan de acción puede llevar cierto tiempo y requiere ciertos cambios en la conducta de los participantes. El tiempo necesario para que se origine el cambio dependerá de la frecuencia de las transacciones del profesorado con el alumnado, o de la capacidad que tenga el profesorado para analizar la situación problemática que intenta mejorar. Así pues, en el caso que nos ocupa, únicamente se ha podido desarrollar un ciclo con una temporalización muy breve que muestra una incipiente mejora de la situación. Esta actuación debería prolongarse durante más ciclos de investigación para obtener unos resultados consolidados.

Además, sería interesante que otras asignaturas impartieran también actividades innovadoras en el marco de la investigación-acción, con lo que se conseguiría una mayor interrelación del profesorado y provocaría que el alumno tuviera más experiencia en la aplicación de técnicas creativas y fluidez a la hora de realizarlas. De este modo, el alumnado percibiría las actividades como intrínsecas al hecho educativo y no como momentos en los que relajarse sin prestar atención a la materia.

Las actividades tendrían más influencia en el alumnado si se planteara, posteriormente, un debate en gran grupo con la finalidad de consolidar los conceptos, lo cual no ha sido posible en algunas ocasiones por falta de tiempo.

El bagaje cultural y la diversidad de recursos manipulables del profesor han de ser extensos, puesto que éste ha de adaptarlos a las características del alumnado que posea en ese momento. Si no existe una idoneidad entre los recursos y los intereses y capacidades del alumnado, el material presentado no será de utilidad didáctica.

El número de alumnos es decisivo para la implementación de unas actividades con estas características. La necesidad de autonomía y responsabilidad que se requiere por parte del alumnado, obliga a una ratio baja. En esta implementación, en concreto, la práctica ha sido favorable puesto que se disponía únicamente de 14 alumnos. Un número mayor, obligaría a contar con más apoyo docente.

Al plantear unas sesiones con actividades innovadoras, se hace evidente la reestructuración de la clase para darle cabida a las mismas, ya que el currículo es muy extenso y es necesaria una correcta integración entre materia y actividades. En mi caso, se decidió no realizar la totalidad de las correcciones de los ejercicios en la pizarra, dejando algunas de las soluciones en el aula virtual del centro (*Anexo 7*). Para que esta metodología fuese más eficaz, el alumno tendría que tener un mayor hábito en su uso y una madurez y autonomía de trabajo vinculadas a la edad en la que se implemente.

Por último, comentar que si la experiencia de prácticas hubiese sido más dilatada también se habría fomentado la lectura de libros relacionados con el contenido de la unidad didáctica correspondiente. Mediante la lectura se trabajan contenidos comunes, competencia lingüística, y contenidos propios de forma integrada. En relación a Progresiones y sucesiones hubiese sido interesante la lectura de "El diablo de los números", de Enzens Berger, H.M. (1997), y el análisis reflexivo del mismo ya que gran parte del libro trata esta temática. Es una historia muy interesante y adecuada al nivel de 3º de ESO que les permitiría, además de trabajar la competencia lingüística, un cambio en la visión de las matemáticas con características más lúdicas.

7 CONCLUSIONES Y VALORACIÓN PERSONAL

La propuesta de mejora que he implementado en la unidad de Progresiones y sucesiones emplea la metodología de la investigación-acción ideada por Lewin y recogida por autores como Latorre, y los conceptos de la pedagogía actual, fundamentados y referenciados en autores como Robinson y Ausubel.

Para Latorre (2003) "la investigación-acción es vista como una indagación práctica realizada por el profesorado, de forma colaborativa, con la finalidad de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión".

Ken Robinson (w1, 2011) considera que "el aprendizaje no es lineal, sino orgánico, porque el mundo actual ha dejado de tener una concepción lineal para pasar a tener una visión global". De la misma manera, el docente ha de ser capaz de potenciar la originalidad y el talento en sus alumnos para lograr algo tremendamente importante: superar el modelo industrial basado en la homogeneización del producto.

Ausubel, Novak y Hanesian (1983) en su Teoría del aprendizaje significativo, consideran que es necesario relacionar los nuevos aprendizajes a partir de las ideas previas del alumno. "Todo conocimiento que adquiera de esta manera producirá un auténtico aprendizaje a largo plazo y no será fácilmente olvidado".

El trabajo realizado se apoya en las tres premisas anteriores consiguiendo, en primer lugar, un marco teórico donde contrastar la práctica educativa de manera que los resultados se vean incluidos en una espiral de ciclos de investigación capaces de mejorar y renovar la misma práctica docente. En segundo lugar, las actividades se han diseñado atendiendo a los criterios de creatividad y dinamismo que la época actual requiere. Por último, el aprendizaje relacionado constantemente con los conocimientos previos del alumnado se ha visto positivamente correspondido con las calificaciones obtenidas.

El alumno y no el contenido, es la base desde la que diseñar el modelo educativo y, por consiguiente, los materiales didácticos que he empleado han seguido este principio. Los alumnos, cuya motivación se ha visto incrementada, han sido más receptivos a los conceptos. Para ello, he dosificado las enseñanzas más arduas, introduciendo tareas más participativas en los momentos en los que la asignatura tenía más densidad de conocimientos, poniendo en valor la imaginación y la creatividad.

Se ha de evitar el modelo lineal y plantear el curso académico como un todo, diseñando, con los bloques temáticos que estamos empleando hasta el momento, un curso ameno donde las diferentes materias no se sucedan simplemente. De esta manera, se han planificado las sesiones con conceptos transversales creando una unidad didáctica más rica en contenidos y más cercana a la realidad.

He evitado propuestas didácticas generalistas que se puedan encontrar descontextualizadas del profesor y del ámbito socio-cultural del alumnado. El análisis del currículum me ha llevado a la implementación de nuevas estrategias y posiciones de presentación de distintos conceptos para una diversidad de alumnado.

Considero que la incorporación de actividades como las propuestas, ubica al alumnado en un espacio relajado, cómodo y creativo, óptimo para aprender a modo de un juego. Lejos de las clases magistrales, basadas en un concepto memorístico, las actividades implementadas han conseguido un aprendizaje más lúdico que, gracias al trabajo en equipo, también han ayudado a mejorar el ambiente competitivo de clase, tal y como queda demostrado por los alumnos en el cuestionario final.

Mediante el material manipulable, los juegos y los relatos se ha creado un punto de inflexión en el que el alumno ha sido el protagonista y el descubridor del conocimiento de modo deductivo, motivándolo frente a conceptos arduos y poco gratificantes.

El trabajo realizado mediante esta metodología innovadora ha sido constante, y evaluado de un modo continuo, lo cual se ha visto positivamente reflejado en el aumento de la calificación final de la unidad didáctica, poniendo en valor el trabajo diario en contraposición al examen como única herramienta de evaluación.

A pesar de la dificultad del tema, el alumnado ha conseguido disfrutar de la materia desde el primer día de clase, motivado constantemente por unas dinámicas basadas en la sorpresa, en el descubrimiento propio y en el trabajo en equipo.

Estos procedimientos han permitido que se consiga un auto-aprendizaje por observación y experimentación, siempre guiado por la profesora, buscando un aprendizaje que lo acerque a la cultura general de por vida.

La buena aceptación del proyecto que ha demostrado el alumnado en sus opiniones finales, se ha visto complementada con una clara mejora de la cohesión del grupo, de la motivación frente a un tema áspero, y una nueva visión de las matemáticas de carácter más lúdico, creativo y conectado con la realidad. Todo ello, también se ha manifestado en una mejoría de las calificaciones, las cuales refrendan la elección de esta nueva metodología implementada. Si acciones innovadoras de este tipo se desarrollasen a lo largo de todo el curso académico y en la totalidad de las asignaturas, se conseguiría un importante salto cualitativo en el desarrollo cognitivo y emocional del alumno, tan puesto en crisis últimamente.

"... Tengamos siempre presente que el niño no es un saco vacío que hay que llenar de ciencia sino un potencial deseoso de convertirse en acción. Hagamos que sienta la alegría de descubrir, de crear, de inventar; que una verdad hallada por su propio esfuerzo tendrá más valor para su cultura y para su moral que cien verdades recopiladas..." (Puig-Adam, 1951).

8 REFERENCIAS

- ALBALADALEJO, M. Y OTROS (2011) “*Proyecto de innovación docente en la UMH 2011*” Consultado: [29, abril, 2015]. Disponible en: http://ocw.umh.es/ciencias-sociales-y-juridicas/Innovacion-docente-e-iniciacion-en-la-investigacion-educativa-458/materiales-de-aprendizaje/temario-completo.pdf

- ALMODÓVAR Y OTROS (2005) *La Enciclopedia del Estudiante. Tomo 15. Matemáticas I*. Santillana-El País, Madrid.

- ALSINA, À. Y DOMINGO, M. (2010). Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 13(1), 7-32. Recuperado en 25 de mayo de 2015, de: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362010000100002&lng=es&tlng=es.

- ÁLVAREZ, M.D. Y OTROS (2007) *Matemàtiques 3ºESO. Projecte La Casa del Saber*. Editorial Voramar-Santillana, Valencia.

- ÁLVAREZ, M.D. Y OTROS (2007) *Matemàtiques 3ºESO. Solucionario Progresiones. Projecte La Casa del Saber*. Editorial Voramar-Santillana, Valencia. Consultado: [1, mayo, 2015]. Disponible en: https://drive.google.com/file/d/0B80bAhpAV1Y8YTA1U3Nmb2ZkYlE/edit

- ÁLVAREZ, J.M. (2010). Características del desarrollo psicológico de los adolescentes. *Revista digital innovación y experiencias educativas.* Nº28 marzo 2010. Consultado: [5, mayo, 2015]. Disponible: http://www.csicsif.es/andalucia/modules/mod_ense/revista/pdf/Numero_28/JUANA_MARIA_ALVAREZ_JIMENEZ_01.pdf

- ANDREU, V Y OTROS (1999) *Material per treballar els nombres a l'Educació Secundària Obligatoria*. Ed. Seminaris de Matemàtiques, Castelló.

- AUSUBEL-NOVAK-HANESIAN (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. México, Editorial Trillas.

- BARRADO, GALLEGO Y VALERO-GARCÍA (2000). Usemos las encuestas a los alumnos para mejorar nuestra docencia. *Departament d'Arquitectura de Computadors. Universitat Politècnica de Catalunya*. Consultado: [9, marzo, 2015]. Disponible en:http://docencia.ac.upc.edu/jododac/CD10anys/2000/UPC-DAC-1999-70.pdf.

- BINIÉS, P. (2008). *Conversaciones matemáticas con Maria Antònia Canals*. Graó, Barcelona.

- CANALS, M. A. (1997). La geometría en las primeras edades escolares, *Suma 25*, pp. 31-44. Consultado: [5, marzo, 2015]. Disponible en: http://revistasuma.es/IMG/pdf/25/031-044.pdf

- CARBONELL, LL., BLANCO, C. Y CARRETE, J. (1984). *Límit de successions i funcions. Continuïtat.* Editorial Claret, Barcelona.

- COLERA, J., DE GUZMÁN, M. Y SALVADOR (1991). *Matemáticas Bachillerato 1*. Editorial Anaya, Madrid.

- COLERA, J., GAZTELU, I., GARCÍA, R. Y OLIVEIRA M.J. (2004). *Educación Secundaria Matemáticas 3*. Editorial Anaya, Madrid.

- COLERA, J., GAZTELU, I., GARCÍA, R. Y OLIVEIRA M.J. (2004). *Educación Secundaria Matemáticas 3. Solucionario Progresiones.* Editorial Anaya, Madrid. Consultado: [28, febrero, 2015]. Disponible en: http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/3eso/solucionlibronuevo/u-3.pdf

- DECRETO 112/2007 de 20 de julio, del Consell, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunitat Valenciana. [2007/9717] (DOCV núm. 5562 de 24.07.2007). Consultado: [4, marzo, 2015]. Disponible en: http://www.docv.gva.es/portal/ficha_disposicion.jsp?id=24&sig=9809/2007&L=1&url_lista

- ENZENS BERGER, H.M. (1997). *El diablo de los números*. Siruela, Madrid.

- FRABETTI, M. (2008) Literatura y matemáticas. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, vol. 50 (pg.42-46) Graó, Barcelona.

- FRIAS, V. Y OTROS (1995) *Matemáticas 4º, Opción B, Secundaria*. Editorial Edelvives, Zaragoza.

- GODINO, J. Y OTROS (2013) *Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas*. Consultado [25, abril, 2015] Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_REVEMAT_2013.pdf

- GONZÁLEZ-MARÍ, J.L. (2010) Recursos, material didáctico y juegos y pasatiempos para Matemáticas en Infantil, Primaria y ESO: consideraciones generales. *Didáctica de la Matemática.* UMA. Consultado: [12, mayo, 2015]. Disponible en: http://www.gonzalezmari.es/materiales_infantil_primaria_y_ESO._Consideraciones_generales.pdf

- LATORRE, A. (2003) *La investigación-acción: Conocer y cambiar la práctica educativa*. Graó, Barcelona.

- PIAGET, J. (1988) *Psicología y pedagogía*. Consultado: [25, mayo, 2015]. E-book disponible en: http://www.mxgo.net/e-booksfree180511/6educacion/Psicologia%20y%20Pedagogia%20-%20Jean%20Piaget.pdf

- PONTÓN, G. (2015) "La gente que sale hoy de la universidad es muy analfabeta", *El País*, 6 abril de 2015. Consultado: [5, mayo, 2015]. Disponible en: http://cultura.elpais.com/cultura/2015/04/05/actualidad/1428254712_992049.html

- PUIG ADAM, P. (1951), "*Atenas, Revista de información y orientación pedagógica*". Consultado: [14, mayo, 2015]. Disponible en: http://peremarques.net/

- RIZO, M. (2007). Interacción y comunicación en entornos educativos: Reflexiones teóricas, conceptuales y metodológicas*. Revista da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Comunicação.* Abril, 2007. Pág. 2-16

WEBGRAFÍA

- W1. ROBINSON, K. *Redes: Sistema educativo anacrónico*. Consultado: [4, mayo, 2015]. Disponible en: http://www.rtve.es/television/20110304/redes-sistema-educativo-anacronico/413516.shtml

- w2. Enlace archivo audiovisual *"Sucesiones y progresiones, editorial SM".* Consultado: [4, abril, 2015]. Disponible en: *https://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=bF15HSJct0M*

- w3. Enlace archivo audiovisual *"Fibonacci y el número de oro".* Consultado: [1, febrero, 2015]. Disponible en: *https://www.youtube.com/watch?v=j9e0auhmxnc*

9 ANEXOS

INDICE ANEXOS TFM